



WHITE PAPERS

ASK-RD-ENG-010

R&D Department

ARYA SEPEHR KAYHAN (ASK) | SHAHID SALIMI INDUSTRIAL CITY, TABRIZ, IRAN

شرکت آریا سپهر کیهان با نام اختصاری ASK، طراح و تولیدکننده پمپ های گریز از مرکز و روتاری و ارائه دهنده راهکارهای بهینه سازی سیستم های فرایندی و پمپاژ می باشد.

توجه !

مقالات تخصصی با عنوان White Papers جهت افزایش دانش عمومی پمپ ها در بخش تحقیق و توسعه این شرکت نگارش شده است. استفاده از این مقالات رایگان می باشد و لازم است جهت استفاده از محتویات آن به موارد ذیل توجه فرمایید:

1- انتشار مجدد مطالب مقالات (به شکل اولیه و بدون تغییر در ساختار محتوایی و ظاهری) با ذکر منبع، بلامانع است.

2- استفاده تجاری از محتویات مقالات در نشریات مجاز نمی باشد.

جزوه طراحی پمپ

پاییز ۹۲-تابستان ۹۳ / ۱۰۵ صفحه

۲	مقدمه
۳	طراحی هیدرولیکی
۵۰	تحلیل نیروهای هیدرولیکی
۶۶	تحلیل دینامیکی
۷۹	طراحی مکانیکی
۱۰۴	منابع و مراجع

نشانی: تهران، میدان آرژانتین، خیابان الوند، کوچه برمک، پلاک ۴، طبقه دوم
تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۱۳۴۶۱ فکس: ۰۲۱-۸۸۸۱۳۴۶۴

مقدمه

طراحی پمپ های سانتریفیوژ فرآیندی است که خود از زیربخش های طراحی دیگری تشکیل شده است. طراحی هیدرولیکی، طراحی مکانیکی و آنالیز دینامیکی از مهمترین بخش های این فرآیند هستند. اصولا طراحی پمپ فرآیندی مبتنی بر تکرار است که دلیل آن وابستگی مراحل مختلف طراحی به یکدیگر است.

در این جزوه که حاصل ۱۰ ماه مطالعه، تحقیق و طراحی است، تلاش شده که مراحل مختلف طراحی به صورت تفکیک شده و در عین حال با پیوستگی پمپ هدف طراحی به صورت ساده شرح داده شود. استفاده از منابع به روز طراحی مانند کتاب پمپ های سانتریفیوژ نوشته گولیچ در کنار مراجع اصیل این زمینه که حاصل نوشته های امثال استپانوف، لازارکوویچ و ... می باشد، از نقاط قوت این جزوه است. در طراحی صورت گرفته از تکرار فرآیند پس از طراحی مکانیکی پمپ صرف نظر شده است، در صورتی که در طراحی یک پمپ برای تولید لزوما باید این تکرار صورت پذیرد تا از اعتبار آن اطمینان حاصل شود.

در پایان لازم می دانم از حمایت ها بی دریغ علمی و معنوی جناب آقای مهندس رسول پایدار نوبخت مدیریت محترم شرکت صنعتگران آریا سپهر کیهان نهایت تشکر و قدردانی را داشته باشم.

اردلان ملکی

مدیر واحد تحقیق و توسعه

طراحی هیدرولیکی

مقدمه

طراحی اجزای هیدرولیکی یک پمپ، شامل اجزایی می شود که تحت نیروهای هیدرولیکی قرار می گیرند. این اجزا عبارتند از:

۱. پره
۲. حلزونی
۳. دیفیوزر

که در بعضی از پمپ ها دیفیوزری در نظر گرفته نمی شود که نیاز به طراحی داشته باشد. طراحی این اجزا تحت برخی ملاحظات و الزامات صورت می گیرد که مهمترین آنها در زیر ارائه شده است:

۱. تمامی محاسبات بر اساس نقطه بهترین عملکرد (BEP) صورت می گیرد. نقطه بهترین عملکرد با مشخصات دبی Q_{opt} ، هد H_{opt} و سرعت دورانی n بیان می شود. اگر نقطه اصلی عملکرد پمپ در واحد صنعتی مورد نظر با نقطه بهینه متفاوت است، آنگاه باید دبی Q_R به گونه ای انتخاب شود که شرط $0.8 < \frac{Q_R}{Q_{opt}} < 1.1$ ارضا شود.
۲. بیشترین دبی Q_{max} باید تعیین شود تا امکان وقوع کاویتاسیون بررسی شود.
۳. شرایط مکش ($NPSH_A$) نقش تعیین کننده ای در طراحی هیدرولیکی دارد.
۴. در اکثر موارد منحنی هد-دبی پایدار مطلوب است. در منحنی هد-دبی پایدار، هد پمپ باید با افزایش دبی آن کاهش یابد.
۵. هد شات-آف H_0 باید محدود باشد تا به خط لوله آسیب نرساند و باعث هزینه مضاعف برای طراحی آن نشود. مقدار مطلوب هد شات-آف برای سرعت مخصوص $40 < n_q < 1.25$ در محدوده $\frac{H_0}{H_{opt}} < 1.2$ می باشد.
۶. برای پمپ های نیمه محوری و محوری که سرعت مخصوص آنها در محدوده $n_q > 100$ است، هر دو مقدار توان و هد شات-آف باید کمترین مقدار ممکن را داشته باشد تا اندازه پمپ کمترین باشد.
۷. مشخصه های کاویتاسیون باید سه شرط زیر را ارضا کند:
 - a. پمپ باید توانایی کارکرد در محدوده دلخواه را داشته باشد.
 - b. نویز و ارتعاشات ناشی از کاویتاسیون باید حداقل باشد.
 - c. هیچ خسارات ناشی از کاویتاسیون به پمپ وارد نشود.
۸. برای کاهش اندازه پمپ و هزینه های مربوط به آن ضریب فشار معمولاً نزدیک به حد بالای خود انتخاب می شود. مگر در مواقعی که منحنی هد-دبی با شیب بسیار زیاد مدنظر باشد.
۹. به دلیل هزینه های مادی و خسارات زیست محیطی باید بالاترین مقدار راندمان ممکن حاصل شود.
۱۰. طراحی هیدرولیکی پمپ تحت تاثیر طراحی مکانیکی آن قرار دارد.
۱۱. نیروهای هیدرولیکی و نوسانات فشار آن باید کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.
۱۲. فرآیند ساخت نیز می تواند تاثیراتی بر طراحی هیدرولیکی داشته باشد.

طراحی پره

الگوریتم طراحی پره

هدف از این بخش ارائه ی الگوریتمی است که به وسیله ی آن پره ی یک پمپ با عملکرد مشخص در نقطه ی بهینه، طراحی شود. به منظور درک بهتر مراحل طراحی پره، روند آن با حل یک مثال شرح داده شده است. مثال حل شده طراحی پره ای است که در نقطه ی بهترین عملکرد، نفت خام سبک را با دبی $Q = 100 \frac{m^3}{hr}$ و هد $H = 30m$ در دور موتور $n = 1450 rpm$ پمپاژ کند. شایان ذکر است که چگالی نفت خام سبک $840 \frac{kg}{m^3}$ است.

روش طراحی مبتنی بر متن کتاب لازارکوویچ

کتاب پمپ های پروانه ای در سال ۱۹۶۵ توسط لازارکوویچ نوشته شده است. این کتاب یکی از کتب مرجع در طراحی اجزای هیدرولیکی پمپ های پروانه ای می باشد و سالیان متمادی به عنوان مرجع طراحان و مهندسين پمپ به کار می رود. مبنای طراحی کتاب بر اساس کتاب استپانوف می باشد. شیوه ی مبتنی بر این کتاب، تاکید بر معرفی هندسه ی مناسب برای پره دارد و به همین دلیل از فرض های ساده ساز بسیاری استفاده کرده است. الگوریتم مطرح شده در زیر برگرفته از پایان نامه ی کارشناسی جناب آقای مهندس رسول پایدار نوبخت با عنوان «برنامه ی کامپیوتری برای طراحی پروانه ی پمپ های سانتریفیوژ با خروجی قابل استفاده در CNG» می باشد.

گام اول) محاسبه ی سرعت مخصوص :

رابطه ی سرعت مخصوص به صورت زیر است:

$$n_{sQ} = \frac{n\sqrt{Q}}{\frac{3}{H^4}}$$

برای پره مذکور :

$$n_{sQ} = \frac{n\sqrt{Q}}{\frac{3}{H^4}} = \frac{1450 \sqrt{100 \times \frac{1}{3600}}}{\frac{3}{30^4}} = 18.85$$

گام دوم) تعیین بازده هیدرولیکی:

رابطه ی تقریبی بازده هیدرولیکی به صورت زیر است: [2]

$$\eta_h = 1 - \frac{0.8}{Q^{0.25}}$$

که در رابطه ی فوق دبی بر حسب گالن در دقیقه است.

برای پره مذکور:

$$\eta_h = 1 - \frac{0.8}{Q^{0.25}} = 1 - \frac{0.8}{440.3^{0.25}} = 0.825$$

گام سوم) تعیین بازده کل:

با تقریب خوبی می توان بازده کل را مربع بازده هیدرولیکی دانست. یعنی:

$$\eta = \eta_h^2$$

برای پره ی مذکور:

$$\eta = \eta_h^2 = 0.825^2 = 0.68$$

گام چهارم) تعیین بازده حجمی:

برای محاسبه ی بازده حجمی نیاز به مقدار بازده مکانیکی است. می توان فرض کرد که بازده مکانیکی ثابت و مستقل از شرایط کارکرد پمپ است. $\eta_m = 0.98$ مقدار ثابت مناسبی است. رابطه ی بازده حجمی برابر است با:

$$\eta_v = \frac{\eta_h}{\eta_m}$$

برای پره ی مذکور:

$$\eta_v = \frac{\eta_h}{\eta_m} = \frac{0.825}{0.98} = 0.842$$

گام پنجم) محاسبه ی قدرت موتور:

برای محاسبه ی قدرت موتور ابتدا باید قدرت شفت تعیین شود. قدرت شفت بر حسب اسب بخار متریک از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$P_{sh} = \frac{\gamma Q H}{750 \eta}$$

برای پره مذکور:

$$P_{sh} = \frac{\gamma Q H}{750 \eta} = \frac{8240.4 \times \frac{1}{36} \times 30}{750 \times 0.68} = 13.46 \text{ (hp – metric)}$$

حال با استفاده از رابطه ی زیر و توان شفت می توان موتور را تعیین کرد:

$$P_{motor} = 1.25 P_{sh}$$

برای پره مذکور:

$$P_{motor} = 1.25 P_{sh} = 1.25 \times 13.46 = 16.83 \text{ (hp - metric)}$$

گام ششم) تعیین کمترین قطر شفت مجاز:

در سیستم SI قطر شفت بر اساس تئوری بیشترین تنش برشی در حالتی که محور تنها تحت پیچش ثابت باشد به طریق زیر محاسبه می شود:

$$d_{sh} = \sqrt[3]{\frac{32n_d}{\pi S_y} (3T^2)^{\frac{1}{2}}}$$

از طرفی $T = \frac{P}{\omega}$ و ضریب اطمینان $\frac{2}{5}$ مناسب است. با توجه به جنس خار $S_y = 450 \text{ MPa (ASTM A-276)}$

پس از ساده سازی های مختلف و اعمال پارامترهای مربوط به جنس شفت حداقل قطر شفت از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$(d_{sh})_{min} = 0.01 \sqrt[3]{\frac{P_{motor}}{n}}$$

که در رابطه ی فوق توان بر حسب وات است. لذا برای پره مذکور:

$$(d_{sh})_{min} = 0.01 \sqrt[3]{\frac{P_{motor}}{n}} = 0.01 \sqrt[3]{\frac{12378.4}{1450}} = 20.4 \text{ mm} \approx 21 \text{ mm}$$

گام هفتم) تعیین قطر هاب متناظر با کمترین قطر شفت مجاز:

قطر هاب ضریبی از قطر شفت است که با رابطه ی زیر به دست می آید:

$$d_{hub} = 1.35 d_{sh}$$

که برای پره مذکور:

$$d_{hub} = 1.35 d_{sh} = 1.35 \times 21 = 28.35 \text{ mm} \approx 29 \text{ mm}$$

گام هشتم) تعیین نرخ جریان پروانه:

جریان پروانه تابعی از دبی جریان و بازده حجمی است:

$$Q' = \frac{Q}{\eta_v}$$

برای پره مذکور:

$$Q' = \frac{Q}{\eta_v} = \frac{100}{0.842} = 118.7 \frac{m^3}{hr}$$

گام نهم) تعیین ضرایب سرعت شعاعی:

نمودار هایی برای به دست آوردن مقدار ضرایب بر حسب سرعت مخصوص ارائه شده است. در مرجع [2] جهت سهولت کار این نمودارها به صورت روابطی ارائه شده است:

$$10 < n_{sQ} < 70 \rightarrow K_{cm1} = e^{(0.4765 \ln n_{sQ} - 3.41)}, K_{cm2} = e^{(0.52 \ln n_{sQ} - 3.8121)}$$

$$70 < n_{sQ} < 290 \rightarrow K_{cm1} = e^{(0.511 \ln n_{sQ} - 3.557)}, K_{cm2} = e^{(0.752 \ln n_{sQ} - 3.8)}$$

با توجه مقدار سرعت مخصوص در پره مذکور، برای محاسبه ی ضرایب سرعت شعاعی از روابط دسته ی اول استفاده می شود:

$$n_{sQ} = 18.85 \rightarrow K_{cm1} = e^{(0.4765 \ln n_{sQ} - 3.41)} = 0.1339$$

$$n_{sQ} = 18.85 \rightarrow K_{cm2} = e^{(0.52 \ln n_{sQ} - 3.8121)} = 0.1018$$

گام دهم) تعیین سرعت های شعاعی:

سرعت های شعاعی در ورودی پره و خروجی آن با استفاده از ضرایب به دست آمده از گام قبلی قابل محاسبه است:

$$C_{m1} = K_{cm1} \sqrt{2gH}$$

$$C_{m2} = K_{cm2} \sqrt{2gH}$$

برای پره مذکور :

$$C_{m1} = K_{cm1} \sqrt{2gH} = 0.1339 \sqrt{2 \times 9.81 \times 30} = 3.25 \frac{m}{s}$$

$$C_{m2} = K_{cm2} \sqrt{2gH} = 0.1018 \sqrt{2 \times 9.81 \times 30} = 2.47 \frac{m}{s}$$

گام یازدهم) تعیین سرعت در چشمی:

سرعت در چشمی و یا به عبارت دیگر سرعت در هنگام ورودی به پروانه متناسب است با سرعت شعاعی ورودی پره:

$$C_0 = 0.9 C_{m1}$$

برای پره مذکور :

$$C_0 = 0.9 C_{m1} = 0.9 \times 3.25 = 2.925 \frac{m}{s}$$

گام دوازدهم) تعیین سطح آزاد چشمی:

سطح آزاد چشمی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$A_0 = \frac{Q'}{C_0}$$

برای پره مذکور:

$$A_0 = \frac{Q'}{C_0} = \frac{\frac{118.7}{3600}}{2.925} = 0.0113 m^2$$

گام سیزدهم) تعیین سطح هاب:

با در دست داشتن قطر هاب که در گام هفتم به دست آمد، تعیین سطح هاب با رابطه ی زیر صورت می پذیرد:

$$A_h = \frac{\pi d_h^2}{4}$$

برای پره مذکور:

$$A_h = \frac{\pi d_h^2}{4} = \frac{\pi (29 \times 10^{-3})^2}{4} = 6.6 \times 10^{-4} m^2$$

گام چهاردهم) تعیین سطح کل مقطع عرضی:

سطح کل مقطع عرضی مجموع سطح هاب و سطح چشمه می باشد :

$$A'_0 = A_0 + A_h$$

برای پره مذکور:

$$A'_0 = A_0 + A_h = 0.0113 + 0.00066 = 0.01196 m^2$$

گام پانزدهم) تعیین قطر چشمی:

در گام پیش سطح کل مقطع عرضی به دست آمد که با استفاده از آن قطر چشمی به دست می آید:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4A'_0}{\pi}}$$

برای پره مذکور:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4A_0'}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 0.01196}{\pi}} = 0.1234 \text{ m}$$

گام شانزدهم) تعیین قطر ورودی روتور:

اگر فرض شود که پره کمی به جلو کشیده شده باشد (یعنی *extended forward* باشد)، قطر ورودی روتور با قطر ورودی چشمی متناسب است:

$$d_1 = 0.9d_0$$

برای پره مذکور:

$$d_1 = 0.9d_0 = 0.9 \times 0.1234 = 111 \text{ mm}$$

گام هفدهم) تعیین سرعت محیطی ورودی:

سرعت محیطی ورودی، سرعتی خطی است که از دوران پره حاصل می شود و مقدار آن از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$u_1 = \frac{\pi d_1 n}{60}$$

برای پره مذکور:

$$u_1 = \frac{\pi d_1 n}{60} = \frac{\pi \times 0.111 \times 1450}{60} = 8.43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام هجدهم) تعیین زاویه ورودی پره ی اولیه:

با فرض اینکه جریان ورودی به صورت محوری می باشد ($\alpha = 90^\circ$)، مقدار زاویه ی ورودی پره به صورت زیر به دست می آید:

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{C_{m1}}{u_1}$$

برای پره ی مذکور:

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{C_{m1}}{u_1} = \tan^{-1} \frac{3.25}{8.43} = 21.08^\circ \approx 21^\circ$$

گام نوزدهم) تعیین زاویه ورودی پره ثانویه (تصحیح شده):

برای به دست آوردن دبی خروجی مورد نیاز باید زاویه پره β_1 را افزایش داد. این افزایش با تنظیم زاویه ی حمله (δ_1) امکان پذیر است. هر قدر پره کوتاه تر باشد، زاویه ی حمله بزرگتری انتخاب می شود. همچنین با افزایش زاویه ی β_1 دبی مکش پمپ و بازده افزایش می یابد. بنابر این زاویه ی ورودی ثانویه (تصحیح شده) از مجموع زاویه ی ورودی اولیه و زاویه ی حمله به دست می آید:

$$\beta'_1 = \beta_1 + \delta_1$$

زاویه ی حمله معمولاً در بازه ی ۲ تا ۶ درجه انتخاب می شود. برای پره ی مذکور زاویه ی حمله را ۳ درجه انتخاب می کنیم. پس زاویه ی ورودی پره تصحیح شده برابر خواهد بود با:

$$\beta'_1 = \beta_1 + \delta_1 = 21 + 3 = 24^\circ$$

گام بیستم) تعیین زاویه ی خروجی پره:

برای پمپ های سانتریفیوژ با سرعت مخصوص نه چندان زیاد، زاویه ی خروجی پره مقداری ثابت بین ۱۵ تا ۳۵ درجه انتخاب می شود. برای پره ی مذکور مقدار ثابت ۲۵ درجه انتخاب می شود.

گام بیست و یکم) تعیین زاویه ی ورودی پره نهایی

زاویه ی ورودی پره نهایی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\tan \beta'' = \tan(\beta_1 + \delta_1) \times \cos \varepsilon_1$$

که در آن ε_1 زاویه ی بین سرعت شعاعی و مولفه ی شعاعی سرعت نسبی است و معمولاً برابر با زاویه ی خروجی پره در نظر گرفته می شود. با توجه به این نکته که همواره کسینوس کوچکتر از ۱ است، زاویه ی ورودی پره نهایی همواره کوچکتر از زاویه ی ورودی پره اصلاح شده به دست می آید برای پره ی مذکور:

$$\tan \beta'' = \tan(\beta_1 + \delta_1) \times \cos \varepsilon_1 = \tan(24) \times \cos 25 = 21.97^\circ \approx 22^\circ$$

گام بیست و دوم) تعیین تعداد پره، اندازه ی قطر خروجی روتور و سرعت محیطی خروجی

با توجه به وابستگی مقدار سه پارامتر معرفی شده، برای به دست آوردن مقدار آنها باید سه معادله ی زیر را به صورت همزمان حل کرد:

$$u_2 = \frac{c_{m2}}{2 \tan \beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{m2}}{2 \tan \beta_2}\right)^2 + \frac{gH}{\eta_h} \left(1 + 1.2 \frac{(1+\frac{\beta_2}{60})}{z} \times \frac{1}{1-(\frac{d_1}{d_2})^2}\right)}$$

$$z = 6.5 \left(\frac{d_1+d_2}{d_2-d_1}\right) \sin\left(\frac{\beta_2+\beta'_1}{2}\right)$$

$$d_2 = \frac{60u_2}{\pi n}$$

با توجه به غیر خطی بودن یکی از معادلات، حل دستی این دستگاه دشوار است و توصیه می شود با استفاده از روش آزمون و خطا یا با استفاده از کدهای کامپیوتری این دستگاه حل شود. همچنین باید توجه داشت که تعداد پره ها عدد صحیحی می باشد. پس تعداد پره به دست آمده از حل این دستگاه باید به نزدیک ترین عدد صحیح مجاور تبدیل شده و مقادیر ، اندازه ی قطر خروجی روتور و سرعت محیطی خروجی متناظر آن دوباره به دست آید. لازم به ذکر است تعداد پره های مناسب معمولاً بین ۵ تا ۷ عدد است.

برای پره ی مذکور بعد از حل معادلات فوق تعداد پره ها ۵/۴۵ دست می آید که با تغییر آن به ۶ پاسخ های زیر حاصل می شود:

$$z = 6, u_2 = 22 \frac{m}{s}, d_2 = 291.3 \text{ mm} \approx 292 \text{ mm}$$

گام بیست و سوم) تعیین گام ورودی پره ها

گام پره ها فاصله ی محیطی آنها از یکدیگر است. لذا با تقسیم محیط ورودی بر تعداد پره ها گام به دست می آید:

$$t_1 = \frac{\pi d_1}{z}$$

برای پره مذکور:

$$t_1 = \frac{\pi d_1}{z} = \frac{\pi \times 111}{6} = 58.12 \text{ mm}$$

گام بیست و چهارم) تعیین ضخامت تصویر شده ی پره ها در ورودی:

برای به دست آوردن ضخامت تصویر شده ی پره ها باید ابتدا ضخامت پره ها را مشخص کرد و سپس با استفاده از رابطه ی زیر مقدار تصویر شده ی آن را به دست آورد:

$$S_{u1} = \frac{s_1}{\sin \beta_1}$$

برای پره ی مذکور با انتخاب ضخامت ۵ میلیمتر داریم:

$$S_{u1} = \frac{s_1}{\sin \beta_1} = \frac{5}{\sin 21} = 13.8 \text{ mm}$$

گام بیست و پنجم) تعیین ضریب فشردگی در ورودی

به نسبت گام پره ها به اختلاف گام و تصویر ضخامت پره ضریب فشردگی می گویند. یعنی :

$$\varphi_1 = \frac{t_1}{t_1 - s_{u1}}$$

برای پره ی مذکور:

$$\varphi_1 = \frac{t_1}{t_1 - s_{u1}} = \frac{58.12}{58.12 - 13.8} = 1.3$$

گام بیست و ششم) محاسبه ی مساحت ورودی

از قانون پیوستگی مساحت ورودی استخراج می شود:

$$A_1 = \varphi_1 \frac{Q'}{c_{m1}}$$

برای پره ی مذکور:

$$A_1 = \varphi_1 \frac{Q'}{c_{m1}} = 1.3 \times \frac{\frac{118.7}{3.25}}{3.25} = 0.0133 \text{ m}^2$$

گام بیست و هفتم) محاسبه ی پهنای روتور در ورودی

با استفاده از مساحت ورودی به دست آمده و با دانستن قطر ورودی روتور، رابطه ی محاسبه ی پهنای روتور به شرح زیر است:

$$b_1 = \frac{A_1}{\pi d_1}$$

برای پره ی مذکور:

$$b_1 = \frac{A_1}{\pi d_1} = \frac{0.0133}{0.111\pi} = 38.1 \text{ mm} \approx 38 \text{ mm}$$

گام بیست و هشتم) محاسبه ی ضخامت تصویر شده ی پره ها، ضریب فشردگی و ضخامت در خروجی:

با استفاده از روابط بیان شده در گام های گذشته و تغییر اندیس نها می توان به روابطی برای محاسبه ی مقادیر مذکور دست یافت.

این روابط به شرح زیر است:

$$s_{u2} = \frac{s_2}{\sin \beta_2}$$

$$\varphi_2 = \frac{t_2}{t_2 - s_{u2}}$$

$$t_2 = \frac{\pi d_2}{z}$$

برای پره مذکور:

$$s_{u2} = \frac{s_2}{\sin \beta_2} = \frac{5}{\sin 25} = 11.83 \text{ mm}$$

$$t_2 = \frac{\pi d_2}{z} = \frac{292\pi}{6} = 152.9 \text{ mm}$$

$$\varphi_2 = \frac{t_2}{t_2 - s_{u2}} = \frac{152.9}{152.9 - 11.83} = 1.08$$

گام بیست و نهم) محاسبه ی مساحت خروجی

مساحت خروجی نیز مانند مساحت ورودی محاسبه می شود:

$$A_2 = \varphi_2 \frac{Q'}{c_{m2}}$$

برای پره مذکور:

$$A_2 = \varphi_2 \frac{Q'}{c_{m2}} = 1.08 \times \frac{\frac{118.7}{3600}}{2.47} = 0.0145 \text{ m}^2$$

گام سی ام) محاسبه ی پهنای خروجی

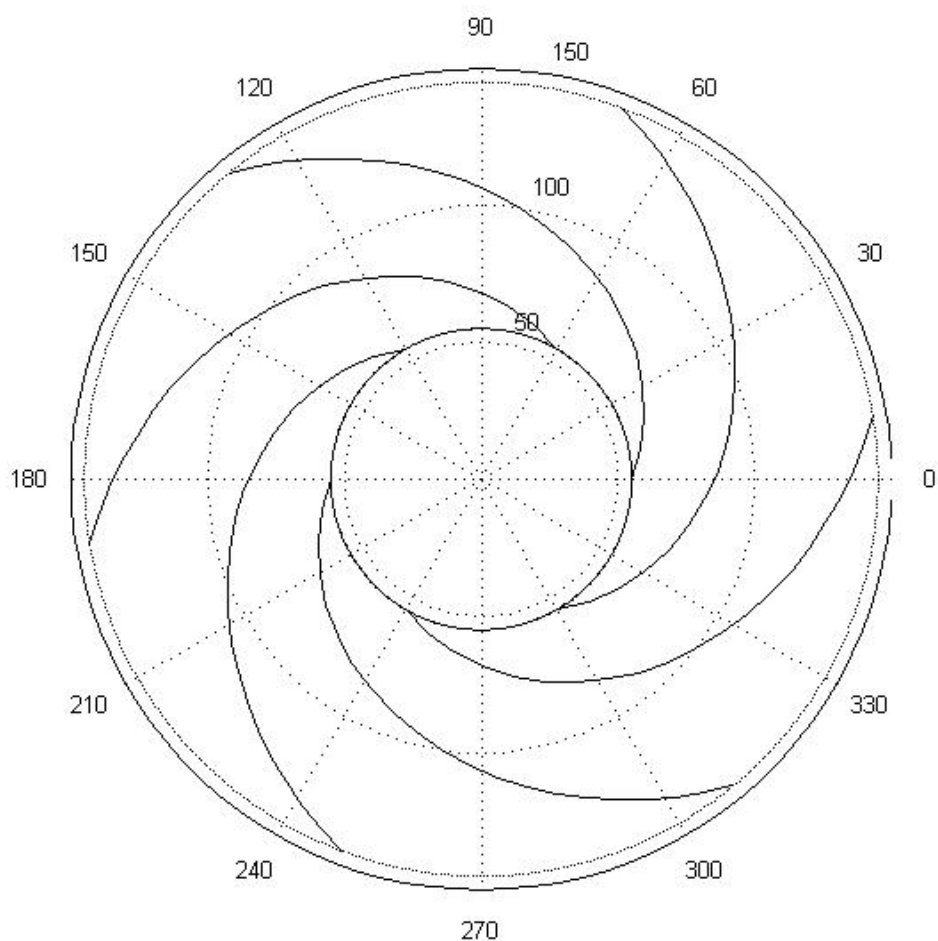
پهنای خروجی نیز مانند پهنای ورودی محاسبه می شود:

$$b_2 = \frac{A_2}{\pi d_2}$$

برای پره ی مذکور:

$$b_2 = \frac{A_2}{\pi d_2} = \frac{0.0145}{0.2913\pi} = 15.8 \text{ mm} \approx 16 \text{ mm}$$

اکنون پره ی مورد نظر طراحی شده است. در شکل ۱ تصویر پره ی طراحی شده مشاهده می شود.



شکل ۱

روش طراحی مبتنی بر متن کتاب گولیچ

کتاب پمپ های سانتریفیوژ نوشته ی یوهان فردریش گولیچ در سال ۲۰۰۷ توسط انتشارات اشپرینگر چاپ شد. همانطور که انتظار می رود با توجه به سال انتشار این کتاب، به جزئیات هیدرولیکی بیشتری نسبت به کتب پیشین توجه شده است و طراحی بر اساس آن بار علمی بیشتری دارد. بر اساس روش توصیه شده ی این کتاب نرم افزار طراحی CFTurbo برنامه نویسی شده است که نقش مهمی در طراحی پره در دنیای پمپ ایفا می کند.

شایان ذکر است که این روش، روشی مبتنی بر آزمون و خطا می باشد. به همین دلیل در گام های مختلف طراحی مقادیر پارامترهای متعددی حدس زده می شود و در پایان پروسه ی طراحی پمپ صحت آن ارزیابی می شود. [3]

گام اول) محاسبه ی سرعت مخصوص

رابطه ی سرعت مخصوص به صورت زیر است:

$$n_{sQ} = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{\frac{3}{4}}}$$

برای پره مذکور :

$$n_{sQ} = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{\frac{3}{4}}} = \frac{1450 \sqrt{100 \times \frac{1}{3600}}}{\frac{3}{30^4}} = 18.85$$

گام دوم) محاسبه ی بازده ها

برای محاسبه ی بازده ها ابتدا باید مقدار m که عاملی توانی در محاسبات بازده است را مشخص کرد. رابطه ی m برای بازده کل و بازده تئوری قابل دستیابی برابر است با:

$$m = 0.1a \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.15} \left(\frac{45}{n_q} \right)^{0.06}$$

که در آن a ثابتی است که به مقدار دبی حجمی وابسته است. همچنین در عبارت فوق Q_{ref} دبی حجمی مرجع است و برابر است با ۱ متر مکعب بر ثانیه.

برای پره ی مذکور با توجه مقدار دبی ($Q=0.028 \frac{m^3}{s}$) ثابت a برابر با ۱ است. پس:

$$m = 0.1a \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.15} \left(\frac{45}{n_q} \right)^{0.06} = 0.1 \left(\frac{1}{0.028} \right)^{0.15} \left(\frac{45}{18.85} \right)^{0.06} = 0.18$$

حال با معلوم بودن مقدار m و با توجه به مقدار سرعت مخصوص می توان بازده کل و بازده تئوری قابل را از روابط زیر محاسبه کرد:

$$\eta_{opt} = 1 - 0.095 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^m - 0.3 \left[0.35 - \log \frac{n_q}{23} \right]^2 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.05}$$

$$\eta_{ther} = \eta_{opt} + 0.35 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.08} (1 - \eta_{opt})$$

برای پره ی مذکور:

$$\eta_{opt} = 1 - 0.095 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^m - 0.3 \left[0.35 - \log \frac{n_q}{23} \right]^2 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.05} = 1 - 0.095 \left(\frac{1}{0.028} \right)^{0.18} - 0.3 \left[0.35 - \log \left(\frac{18.85}{23} \right) \right]^2 \left(\frac{1}{0.028} \right)^{0.05} = 0.75$$

$$\eta_{ther} = \eta_{opt} + 0.35 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.08} (1 - \eta_{opt}) = 0.75 + 0.35 \left(\frac{1}{0.028} \right)^{0.08} (1 - 0.75) = 0.866$$

برای محاسبه ی بازده هیدرولیکی باید m را از رابطه ی زیر محاسبه کرد:

$$m = 0.08a \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.15} \left(\frac{45}{n_q} \right)^{0.06}$$

برای پره ی مذکور:

$$m = 0.08a \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.15} \left(\frac{45}{n_q} \right)^{0.06} = 0.08 \left(\frac{1}{0.028} \right)^{0.15} \left(\frac{45}{18.85} \right)^{0.06} = 0.144$$

با در دست داشتن m مناسب توان هیدرولیکی از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\eta_h = 1 - 0.055 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^m - 0.2 \left[0.26 - \log \frac{n_q}{25} \right]^2 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.1}$$

برای پره ی مذکور:

$$\eta_h = 1 - 0.055 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^m - 0.2 \left[0.26 - \log \frac{n_q}{25} \right]^2 \left(\frac{Q_{ref}}{Q} \right)^{0.1} = 1 - 0.055 \left(\frac{1}{0.028} \right)^{0.144} - 0.2 \left[0.26 - \log \frac{18.85}{25} \right]^2 \left(\frac{1}{0.028} \right)^{0.1} = 0.866$$

بازده حجمی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + Q_h + Q_{sp} + Q_E}$$

که در آن Q_h نشتی از ادوات جانبی، Q_{sp} نشتی از آب بند در ورودی پره و Q_E نشتی از قطعه ی بالانس کننده ی نیروی تراست است.

نشتی ادوات جانبی به دلیل ناچیز بودن قابل صرف نظر است. نشتی از آبند در ورودی پره از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$Q_{sp} = Q_{opt} \left(\frac{aZ_H}{n_q^m} \right)$$

که در آن a و m دو ثابت هستند که با توجه به سرعت مخصوص محاسبه می شوند. برای پره ی مذکور با توجه به سرعت مخصوص آن:

$$a = 4.1, m = 1.6$$

Z_H ضریبی است که بسته به نوع بالانس پره (با استفاده از حفره یا غیر آن) تعریف می شود. پره ی مذکور در حالت بالانس با وجود حفره فرض می شود. لذا $Z_H=2$. پس برای پره ی مذکور:

$$Q_{sp} = Q_{opt} \left(\frac{aZ_H}{n_q^m} \right) = 100 \left(\frac{4.1 \times 2}{18.85^{1.6}} \right) = 7.47 \approx 7.5 \frac{m^3}{hr}$$

نشتی از قطعه ی بالانس کننده ی نیروی تراست مقداری نامعلوم دارد. به همین دلیل معمولاً مقدار آن را تقریباً برابر نشتی از آب بند در ورودی پره تخمین می زنند. لذا برای پره ی مذکور:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + Q_h + Q_{sp} + Q_E} = \frac{100}{100 + 0 + 7.5 + 7.5} = 0.87$$

گام سوم) تعیین حداقل قطر شفت

برای تعیین قطر شفت نیاز به محاسبه ی توان و انتخاب تنش تسلیم برشی آن می باشد. توان از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$P_{sh} = \frac{\gamma Q H}{750 \eta_{opt}} \text{ (hp - metric)}$$

که برای پره مذکور:

$$P_{sh} = \frac{\gamma Q H}{750 \eta} = \frac{8142.3 \times \frac{1}{36} \times 30}{750 \times 0.75} = 12.06 \text{ (hp - metric)} = 8870 \text{ W}$$

حداقل قطر شفت از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$d_{shmin} = 3.65 \sqrt[3]{\frac{P}{n \tau_{all}}}$$

با انتخاب $ASTM A-276$ ، $\tau_{all} = 45 MPa$ به دست می آید. برای پره مذکور:

$$d_{shmin} = 3.65 \sqrt[3]{\frac{P}{n \tau_{all}}} = 3.65 \sqrt[3]{\frac{8870}{1450 \times 45 \times 10^6}} = 18.7 \text{ mm} \approx 19 \text{ mm}$$

گام چهارم) تعیین قطر خروجی روتور

برای تعیین قطر خروجی روتور ابتدا باید ضریب هد را از رابطه ی زیر به دست آورد:

$$\Psi_{opt} = 1.21 e^{-\frac{0.77 n_q}{n_{qref}}}$$

که در آن $n_{q_{ref}}$ سرعت مخصوص مرجع بوده و برابر است با ۱۰۰. برای پره ی مذکور:

$$\Psi_{opt} = 1.21e^{-\frac{0.77n_q}{n_{q_{ref}}}} = 1.21e^{\frac{-0.77 \times 18.85}{100}} = 1.046$$

اکنون می توان با رابطه ی زیر قطر خروجی روتور را محاسبه کرد:

$$d_2 = \frac{8.46}{n} \sqrt{\frac{H_{opt}}{\Psi_{opt}}}$$

برای پره مذکور:

$$d_2 = \frac{8.46}{n} \sqrt{\frac{H_{opt}}{\Psi_{opt}}} = \frac{8.46}{1450} \sqrt{\frac{30}{1.046}} = 312.5 \text{ mm} \approx 313 \text{ mm}$$

گام پنجم) انتخاب تعداد پره

به دلایل زیادی که بیان آن خارج از حوصله ی این متن است، برای پره هایی با سرعت مخصوص $10 < n_q < 120$ تعداد پره های مناسب بین ۵ تا ۷ عدد است. تعداد ۶ پره برای این مسئله انتخاب می شود.

گام ششم) محاسبه ی قطر ورودی روتور

قطر ورودی روتور با توجه به معیارهای مختلفی قابل طراحی است. مهمترین این معیارها مقدار $NPSH_a$ ، کمینه کردن سرعت نسبی در ورودی و طراحی بر اساس سرعت مخصوص مکش مورد نظر است. در این طراحی معیار کمینه کردن سرعت در ورودی که متضمن کاهش اصطکاک و در نتیجه افزایش بازده است، مورد استفاده قرار گرفته است. بعد از طی عملیات بهینه سازی از روش پایه گرادینانی، عبارت زیر برای محاسبه ی قطر ورودی روتور به دست می آید:

$$d_1 = d_2 \times f_{d1} \times \sqrt{\left(\frac{d_n}{d_2}\right)^2 + 1.5 \times 10^{-3} \times \Psi_{opt} \times \frac{n_q^{1.33}}{\delta_r^{0.67}}}$$

که در آن d_n قطر هاب، f_{d1} ضریب قطر ورودی و δ_r عدد چرخش است. قطر هاب متناسب با قطر شفت است:

$$d_n = 1.35d_{sh}$$

ضریب f_{d1} با توجه به نوع پره و δ_r با استفاده از رابطه ی زیر تعیین می شود:

$$\delta_r = 1 - \frac{c_{1m}}{u_{1m} \tan \alpha_1}$$

برای پره ی مورد نظر با انتخاب قطر کمینه ی شفت قطر هاب به دست می آید:

$$d_n = 1.35d_{sh} = 1.35 \times 19 = 25.65 \text{ mm} \approx 26 \text{ mm}$$

ضریب f_{d1} با توجه به پره ی نرمال و سرعت مخصوص $1/13$ انتخاب می شود. همچنین با فرض کردن محوری بودن جریان ورودی عدد چرخش برابر واحد می شود. پس:

$$d_1 = d_2 \times f_{d1} \times \sqrt{\left(\frac{d_n}{d_2}\right)^2 + 1.5 \times 10^{-3} \times \Psi_{opt} \times \frac{n_q^{1.33}}{\delta_r^{0.67}}} =$$

$$313 \times 1.13 \times \sqrt{\left(\frac{26}{313}\right)^2 + 1.5 \times 10^{-3} \times 1.046 \times 18.85^{1.33}} = 103 \text{ mm}$$

گام هفتم) محاسبه ی قطر ورودی روتور در خط جریان داخلی

با توجه به سرعت مخصوص کم پره ی مذکور قطر ورودی روتور در خط جریان داخلی تقریباً برابر با قطر ورودی روتور در نظر گرفته می شود.

گام هشتم) تعیین زوایای ورودی پره

برای به دست آوردن زوایای ورودی پره، ابتدا باید سرعت های ورودی را تعیین کرد. روابط سرعت ورودی برابرند با:

سرعت جانبی:

$$u_1 = \frac{\pi d_1 n}{60}$$

مولفه ی مریدیونالی سرعت مطلق:

$$c_{1m} = \frac{Q_{La}}{\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_n^2)}$$

مولفه ی جانبی سرعت مطلق:

$$c_{1u} = \frac{c_{1m}}{\tan \alpha_1}$$

سرعت نسبی:

$$w_1 = \sqrt{c_{1m}^2 + (u_1 - c_{1u})^2}$$

برای پره مذکور:

$$u_1 = \frac{\pi d_1 n}{60} = \frac{\pi \times 103 \times 10^{-3} \times 1450}{60} = 7.82 \frac{m}{s}$$

$$c_{1m} = \frac{Q_{La}}{\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_n^2)} = \frac{\frac{115}{3600}}{\frac{\pi}{4}(103^2 - 26^2) \times 10^{-6}} = 4.09 \frac{m}{s}$$

$$c_{1u} = \frac{c_{1m}}{\tan \alpha_1} = 0$$

$$w_1 = \sqrt{c_{1m}^2 + (u_1 - c_{1u})^2} = \sqrt{4.09^2 + 7.82^2} = 8.82 \frac{m}{s}$$

حال با مقادیر سرعت به دست آمده به محاسبه ی مقادیر زاویه ای می پردازیم. روابط زیر به همین منظور معرفی می شوند:

ضریب جریان:

$$\phi_1 = \frac{c_{1m}}{u_1}$$

زاویه جریان ورودی بی انسداد:

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}}$$

انسداد پروانه:

$$\tau_1 = \left(1 - \frac{Z_{La} e_1}{\pi d_1 \sin \beta_{1B} \sin \lambda_{La}} \right)^{-1}$$

زاویه ی جریان ورودی با انسداد:

$$\beta'_1 = \tan^{-1} \frac{c_{1m} \tau_1}{u_1 - c_{1u}}$$

زاویه ی ورودی پره با زاویه ی حمله i' :

$$\beta_{1B} = \beta'_1 + i'$$

همانطور که از روابط فوق مشخص است برای محاسبه ی انسداد پروانه نیاز به مقدار زاویه ی ورودی پره و در نتیجه زاویه ی جریان ورودی با انسداد است و بالعکس. لذا تنها راه محاسبه ی مقادیر فوق روش آزمون و خطا می باشد. پیش از هر چیز دو مقدار اول که بی نیاز به آزمون و خطاست محاسبه می شود:

$$\phi_1 = \frac{c_{1m}}{u_1} = \frac{4.09}{7.82} = 0.52$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} = \tan^{-1} \frac{4.09}{7.82} = 27.55^\circ$$

که مقداری نسبتاً زیاد است. برای کاهش این زاویه باید قطر ورودی پره را کمی زیاد کنیم مقدار قطر داخلی را ۱۱۰ میلیمتر انتخاب می کنیم:

$$d_1 = 110 \text{ mm} \rightarrow u_1 = 8.35 \frac{m}{s} \rightarrow c_{1m} = 3.55 \frac{m}{s} \rightarrow \varphi_1 = 0.42 \rightarrow \beta_1 = 23^\circ$$

حال مقدار به دست آمده مناسب می باشد. باید سه رابطه ی زیر را به صورت همزمان حل نمود:

$$\tau_1 = \left(1 - \frac{Z_{La} e_1}{\pi d_1 \sin \beta_{1B} \sin \lambda_{La}}\right)^{-1}$$

$$\beta'_1 = \tan^{-1} \frac{c_{1m} \tau_1}{u_1 - c_{1u}}$$

$$\beta_{1B} = \beta'_1 + i'$$

در روابط فوق e_1 ضخامت پره در ورودی است و مقداری آن باید از رابطه ی زیر پیروی کند:

$$0.016 < \frac{e_1}{d_2} < 0.22 \text{ \& min}(e) = 5 \text{ mm}$$

برای پره ی مذکور:

$$5 < e_1 < 68.75 \text{ mm}$$

با توجه به عبارت فوق ضخامت پره در ورودی را ۵ میلیمتر انتخاب می کنیم.

λ_{La} زاویه ی پره با شroud است و مقدار آن ۶۰ درجه انتخاب می شود. i' زاویه ی حمله است و در بازه ی ۰ تا ۴ درجه باید انتخاب شود. با این توضیحات فرآیند آزمون و خطا را آغاز می کنیم:

حدس اول)

$$\beta_{1B} = 32^\circ \rightarrow \tau_1 = \left(1 - \frac{6 \times 0.005}{\pi \times 0.11 \times \sin 32^\circ \times \sin 60^\circ}\right)^{-1} = 1.23 \rightarrow \beta'_1 = \tan^{-1} \frac{3.55 \times 1.23}{8.35} = 27.6^\circ$$

$$\rightarrow i' = \beta_{1B} - \beta'_1 = 4.4^\circ \text{ غیر قابل قبول}$$

حدس دوم)

$$\beta_{1B} = 30^\circ \rightarrow \tau_1 = \left(1 - \frac{6 \times 0.005}{\pi \times 0.11 \times \sin 30^\circ \times \sin 60^\circ}\right)^{-1} = 1.25 \rightarrow \beta'_1 = \tan^{-1} \frac{3.55 \times 1.25}{8.35} = 28^\circ$$

$$\rightarrow i' = \beta_{1B} - \beta'_1 = 2^\circ \checkmark$$

گام نهم) تعیین پهنای خروجی

تعداد پره ها، قطر خروجی روتور و پهنای خروجی پارامترهایی هستند که نمی توان آنها را جداگانه محاسبه کرد. وابستگی های بسیاری بین این سه پارامتر وجود دارد که از حوصله ی این مقاله خارج است. در عمل نمی توان تمامی این وابستگی ها را لحاظ کرد و به همین دلیل پهنای خروجی از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$b_2 = d_2 \left(0.017 + 0.262 \frac{n_q}{n_{q_{ref}}} - 0.08 \left(\frac{n_q}{n_{q_{ref}}} \right)^2 + 0.0093 \left(\frac{n_q}{n_{q_{ref}}} \right)^3 \right)$$

که در این رابطه سرعت مخصوص مرجع ۱۰۰ می باشد. برای پره ی مذکور:

$$b_2 = d_2 \left(0.017 + 0.262 \frac{n_q}{n_{q_{ref}}} - 0.08 \left(\frac{n_q}{n_{q_{ref}}} \right)^2 + 0.0093 \left(\frac{n_q}{n_{q_{ref}}} \right)^3 \right) = 313 \left(0.017 + 0.262 \frac{18.85}{100} - 0.08 \left(\frac{18.85}{100} \right)^2 + 0.0093 \left(\frac{18.85}{100} \right)^3 \right) = 19.9 \text{ mm} \approx 20 \text{ mm}$$

گام دهم) تعیین زوایای خروجی

زاویه خروجی پروانه های شعاعی با ۵ تا ۷ پره، معمولاً در محدوده بین ۱۵ تا ۴۵ درجه میباشند. در بسیاری از موارد، زوایای بین ۲۰ تا ۲۷ درجه انتخاب میشوند تنظیم زوایای خروجی و پهنای خروجی، یک عمل بهینه سازی است که در خلال رعایت ملزومات کارائی و پایداری نمودار Q-H باید مد نظر قرار گیرد. یک معیار ممکن، کمینه کردن زاویه انحراف است که بیشتر از ۱۰ تا ۱۴ درجه نباید باشد. این عمل جهت جلوگیری و محدود ساختن افت های اغتشاشی ناشی از توزیع غیر یکنواخت جریان می باشد.

قبل از هر چیز باید سرعت ها در خروجی پره مشخص شوند. روابط زیر به همین منظور معرفی می شوند:

سرعت جانبی:

$$u_2 = \frac{\pi d_2 n}{60}$$

مولفه مریدیونالی سرعت مطلق :

$$c_{2m} = \frac{Q_{LA}}{\pi d_2 b_2}$$

مولفه جانبی سرعت مطلق:

$$c_{2u} = u_2 \left(\gamma - \frac{c_{2m} \tau_2}{u_2 \tan \beta_{2B}} \right)$$

مولفه جانبی سرعت مطلق:

$$w_{2u} = u_2 - c_{2u}$$

که در آن γ ضریب خطا بوده و از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\gamma = 0.98 \left(1 - \frac{\sqrt{\sin \beta_{2B}}}{Z_{La}^{0.7}} \right) k_w$$

k_w ضریب اثر قطر ورودی پروانه بر ضریب خطا است و طبق رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$k_w = 1 - \left(\frac{d_1 - \varepsilon_{lim}}{1 - \varepsilon_{lim}} \right)^3$$

ε_{lim} برابر است با:

$$\varepsilon_{lim} = \exp \left(\frac{-8.16 \sin \beta_{1B}}{Z_{La}} \right)$$

شایان ذکر است که اگر $\frac{d_1}{d_2} > \varepsilon_{lim}$ آنگاه $k_w = 1$.

ضریب جریان خروجی پره برابر است با:

$$\phi_{2La} = \frac{c_{2m}}{u_2}$$

زاویه ی خروجی بدون انسداد از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m}}{c_{2u}}$$

زاویه ی خروجی نسبی بی انسداد از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\beta_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m}}{w_{2u}}$$

زاویه ی خروجی نسبی با انسداد از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\beta'_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m} \tau_2}{w_{2u}}$$

که در آن انسداد پروانه از رابطه ی زیر قابل محاسبه است:

$$\tau_2 = \left(1 - \frac{Z_{1a} e_2}{\pi d_2 \sin \beta_{2B} \sin \lambda_{La}} \right)^{-1}$$

در نتیجه زوایای انحراف عبارتند از:

$$\delta' = \beta_{2B} - \beta'_2$$

$$\delta = \beta_{2B} - \beta_2$$

بعد از محاسبه ی زوایای خروجی، هد محاسبه می شود تا تعیین شود هد مورن نظر تامین می شود یا خیر. هد از رابطه ی زیر قابل محاسبه است:

$$H = \frac{\eta_h u_2^2}{g} \left(\gamma - \frac{Q_{LA}}{\pi b_2 d_2 u_2 \tan \beta_{2B}} \left(\tau_2 + \frac{\pi b_2 d_1 \tan \beta_{2B}}{A_1 \tan \alpha_1} \right) \right)$$

برای پره ی مذکور فرض می کنیم ضخامت در خروجی پره ۶ میلیمتر باشد. همچنین:

$$u_2 = \frac{\pi d_2 n}{60} = \frac{\pi \times 0.313 \times 1450}{60} = 23.7 \frac{m}{s}$$

$$c_{2m} = \frac{Q_{LA}}{\pi d_2 b_2} = \frac{\frac{115}{3600}}{\pi \times 0.313 \times 0.02} = 1.62 \frac{m}{s}$$

$$\phi_{2La} = \frac{c_{2m}}{u_2} = \frac{1.62}{23.7} = 0.068$$

فرآیند آزمون و خطا به شرح زیر است:

حدس اول)

$$\beta_{2B} = 35^\circ \rightarrow \tau_2 = 1.08 \rightarrow \varepsilon_{lim} = 0.46 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} < \varepsilon_{lim} \rightarrow k_w = 1 \rightarrow \gamma = 0.768 \rightarrow$$

$$c_{2u} = u_2 \left(\gamma - \frac{c_{2m} \tau_2}{u_2 \tan \beta_{2B}} \right) = 23.7 \times \left(0.768 - \frac{1.62 \times 1.08}{23.7 \times \tan 35} \right) = 15.7 \frac{m}{s}$$

$$w_{2u} = u_2 - c_{2u} = 23.7 - 15.7 = 8 \frac{m}{s}$$

$$\beta_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m}}{w_{2u}} = \tan^{-1} \frac{1.62}{8} = 11.4^\circ$$

$$\beta'_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m} \tau_2}{w_{2u}} = \tan^{-1} \frac{1.62 \times 1.08}{8.2} = 12.3^\circ$$

$$\delta' = \beta_{2B} - \beta'_2 = 35 - 12.3 = 22.7^\circ \text{ غیرقابل قبول}$$

$$\delta = \beta_{2B} - \beta_2 = 35 - 11.4 = 23.6^\circ \text{ غیرقابل قبول}$$

حدس دوم)

$$\beta_{2B} = 25^\circ \rightarrow \tau_2 = 1.11 \rightarrow \varepsilon_{lim} = 0.56 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} < \varepsilon_{lim} \rightarrow k_w = 1 \rightarrow \gamma = 0.8 \rightarrow$$

$$c_{2u} = u_2 \left(\gamma - \frac{c_{2m} \tau_2}{u_2 \tan \beta_{2B}} \right) = 23.7 \times \left(0.8 - \frac{1.62 \times 1.11}{23.7 \times \tan 25} \right) = 15.1 \frac{m}{s}$$

$$w_{2u} = u_2 - c_{2u} = 23.7 - 15.1 = 8.6 \frac{m}{s}$$

$$\beta_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m}}{w_{2u}} = \tan^{-1} \frac{1.62}{8.6} = 10.6^\circ$$

$$\beta'_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m}\tau_2}{w_{2u}} = \tan^{-1} \frac{1.62 \times 1.11}{8.6} = 11.8^\circ$$

$$\delta' = \beta_{2B} - \beta'_2 = 25 - 11.8 = 13.2^\circ$$

$$\delta = \beta_{2B} - \beta_2 = 25 - 10.6 = 14.4^\circ \text{ غقی}$$

حدس سوم)

$$\beta_{2B} = 23^\circ \rightarrow \tau_2 = 1.12 \rightarrow \varepsilon_{lim} = 0.59 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} < \varepsilon_{lim} \rightarrow k_w = 1 \rightarrow \gamma = 0.8 \rightarrow$$

$$c_{2u} = u_2 \left(\gamma - \frac{c_{2m}\tau_2}{u_2 \tan \beta_{2B}} \right) = 23.7 \times \left(0.8 - \frac{1.62 \times 1.12}{23.7 \times \tan 23^\circ} \right) = 14.7 \frac{m}{s}$$

$$w_{2u} = u_2 - c_{2u} = 23.7 - 14.7 = 9 \frac{m}{s}$$

$$w_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + w_{2u}^2} = 9.14 \frac{m}{s}$$

$$\beta_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m}}{w_{2u}} = \tan^{-1} \frac{1.62}{9} = 10.2^\circ$$

$$\beta'_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2m}\tau_2}{w_{2u}} = \tan^{-1} \frac{1.62 \times 1.12}{9.6} = 11.4^\circ$$

$$\delta' = \beta_{2B} - \beta'_2 = 23 - 11.4 = 11.6^\circ$$

$$\delta = \beta_{2B} - \beta_2 = 23 - 10.2 = 12.8^\circ$$

حال هد قابل دستیابی محاسبه می شود:

$$H = \frac{\eta_h u_2^2}{g} \left(\gamma - \frac{Q_{LA}}{\pi b_2 d_2 u_2 \tan \beta_{2B}} \left(\tau_2 + \frac{\pi b_2 d_1 \tan \beta_{2B}}{A_1 \tan \alpha_1} \right) \right) =$$

$$\frac{0.866 \times 23.7^2}{9.81} \left(0.8 - \frac{0.032 \times 1.12}{\pi \times 0.02 \times 0.313 \times 23.7 \times \tan 23^\circ} \right) = 30.7 \text{ m}$$

گام یازدهم) تعیین ضخامت پره

با توجه به محاسبات فوق ضخامت پره در ورودی ۵ و در خروجی ۶ میلیمتر تعیین می شود.

گام دوازدهم) تعیین پروفیل لبه ی حمله ی پره

پروفیل لبه ی حمله ی نامناسب سبب تولید سرعت بیش از اندازه و متناسب با آن پیک های کم فشار بسیار قوی می شوند که سبب آسیب رسانی در پدیده کاویتاسیون شده و حتی میتواند بر روی کارایی نیز تاثیر بگذارد. طراحی لبه حمله به صورت نیم دایره ای تنها برای پمپهای بسیار کوچک کاربرد دارد و در دیگر پمپها نامطلوب می باشد. پروفیل ورودی بیضوی، شکل توزیع فشار مناسبی را فراهم می آورد. در صورتی که پروفیل بیضوی در یک مسیر کوتاه گسترده شود، حساسیت پره ها به زاویه حمله بالا، کمتر می شود.

در مقابل، پروفیلهای گوه شکل بلند، تنها در ورودی های بدون شوک خوب عمل می کنند زیرا که سرعتهای بالا در جریانهای حمله ای تولید می شوند. پروفیلهای بلند و نازک گوه ای شکل، با توجه به کیفیت ریخته گری (شکسته شدن پره به دلیل سرد شدن سریع پروفیلهای نازک) و در پارامترهایی مثل مقاومت و ریسک شکستن پره نامناسب می باشند.

با توجه به توضیحات فوق پروفیل لبه ی حمله، بیضوی انتخاب می شود.

گام سیزدهم) تعیین پروفیل لبه ی فرار پره

ضخامت پره تا انتهای لبه ی فرار به صورت کامل شکل داده شود تا امکان کاهش هد از بین برود. همچنین از پروفیل خارجی به دلیل کاهش هزینه ها چشم پوشی شود.

گام چهاردهم) تعیین بار پره ها و طول آن

بار هیدرودینامیکی وارد بر هر پره از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\xi_{eff} = \frac{2\pi \Psi_{opt} d_2 u_2}{\eta_h Z_{La} L_{sch} (w_1 + w_2)}$$

که در آن L_{sch} طول پره می باشد. برای پره ی مذکور:

$$\xi_{eff} = \frac{2\pi \Psi_{opt} d_2 u_2}{\eta_h Z_{La} L_{sch} (w_1 + w_2)} = \frac{2\pi \times 1.046 \times 0.313 \times 23.7}{0.866 \times 6 \times L_{sch} \times (7.88 + 9.14)} = \frac{0.55}{L_{sch}}$$

محدوده ی بار مجاز روی هر پره با توجه به سرعت مخصوص و سرعت مخصوص مرجع (برابر با ۴۰) از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\xi_{all} = \left(\frac{n_{qref}}{n_q} \right)^{0.77}$$

که برای پره ی مذکور:

$$\xi_{all} = \left(\frac{n_{qref}}{n_q} \right)^{0.77} = \left(\frac{40}{18.85} \right)^{0.77} = 1.785$$

جهت کاهش نوسانات فشار و نیروهای محرک هیدرولیکی (تحریک کننده)، پیشنهاد می شود که بار پره ها معمولا ۱۰ درصد کمتر از میزان بار مجاز انتخاب شود. برای پره ی مذکور:

$$\frac{0.55}{L_{sch}} = 0.9 \times 1.785 = 1.6065 \rightarrow L_{sch} = 342.3 \text{ mm} \approx 343 \text{ mm}$$

گام پانزدهم) تعیین مساحت گلوگاه

با توجه به مباحث ذکر شده، زوایای پره و سطح مقطع کانال جهت جریان خواسته شده باید با یکدیگر مطابقت داشته باشند. در نقطه ی طراحی کاهش نسبت بردار سرعت نسبی w_1 به سرعت جریان میانگین w_{1q} در مساحت گلوگاه، نباید زیاد بزرگ باشد. همچنین با توجه به کاویتاسیون در دبی های بالا، مواردی چون شتاب نیز باید تحت کنترل باشد. با توجه به ارزیابی پمپهای در حال کارکرد، مساحت گلوگاه باید طوری انتخاب شود که نسبت $\frac{w_{1q}}{w_1}$ در نقطه ی بهترین کارایی با جریان ورودی محوری در محدوده بین ۰/۷۵ تا ۰/۸۵ باشد.

برای پره ی مذکور:

$$\frac{w_{1q}}{w_1} = 0.8 \rightarrow w_{1q} = 0.8 \times 7.88 = 6.3 \frac{m}{s}$$

$$w_{1q} = \frac{Q_{La}}{A_{1q} \times Z_{La}} \rightarrow A_{1q} = \frac{0.032}{6.3 \times 6} = 0.00085 \text{ m}^2$$

گام شانزدهم) تعیین فاصله ی پره ها در خروجی

برای به دست آوردن فاصله ی پره ها در خروجی باید ابتدا گام پره ها را از رابطه ی زیر محاسبه کرد:

$$t_2 = \frac{\pi d_2}{Z_{La}}$$

سپس با استفاده از مقدار به دست آمده زاویه ی β_{a2} را محاسبه نموده و مقدار آن را در نامساوی زیر به گذاشت تا محدوده ی مجاز فاصله ی پره ها در خروجی به دست آید:

$$0.7 < \frac{\sin \beta_{a2}}{\sin \beta_{2B}} < 0.9$$

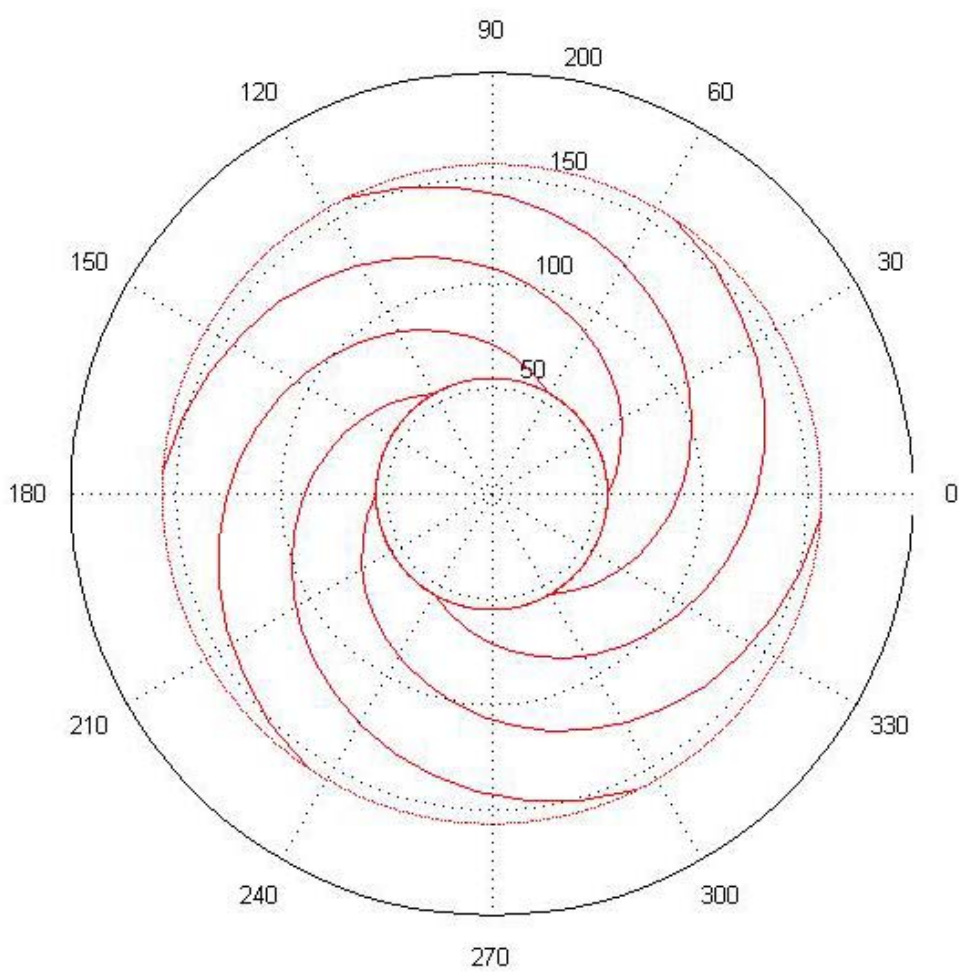
برای پره ی مذکور:

$$t_2 = \frac{\pi d_2}{Z_{La}} = \frac{\pi \times 0.313}{6} = 0.1639 \text{ m}$$

$$\sin \beta_{a2} = \frac{a_2}{t_2} = \frac{a_2}{0.1639}$$

$$0.7 < \frac{\sin \beta_{a2}}{\sin \beta_{2B}} < 0.9 \rightarrow 0.7 < \frac{\frac{a_2}{0.1639}}{\sin 24} < 0.9 \rightarrow 0.0466 < a_2 < 0.06 \xrightarrow{\text{اختیاری}} a_2 = 53 \text{ mm}$$

اکنون پره ی مورد نظر طراحی شده است. در شکل ۲ تصویر پره ی طراحی شده مشاهده می شود.



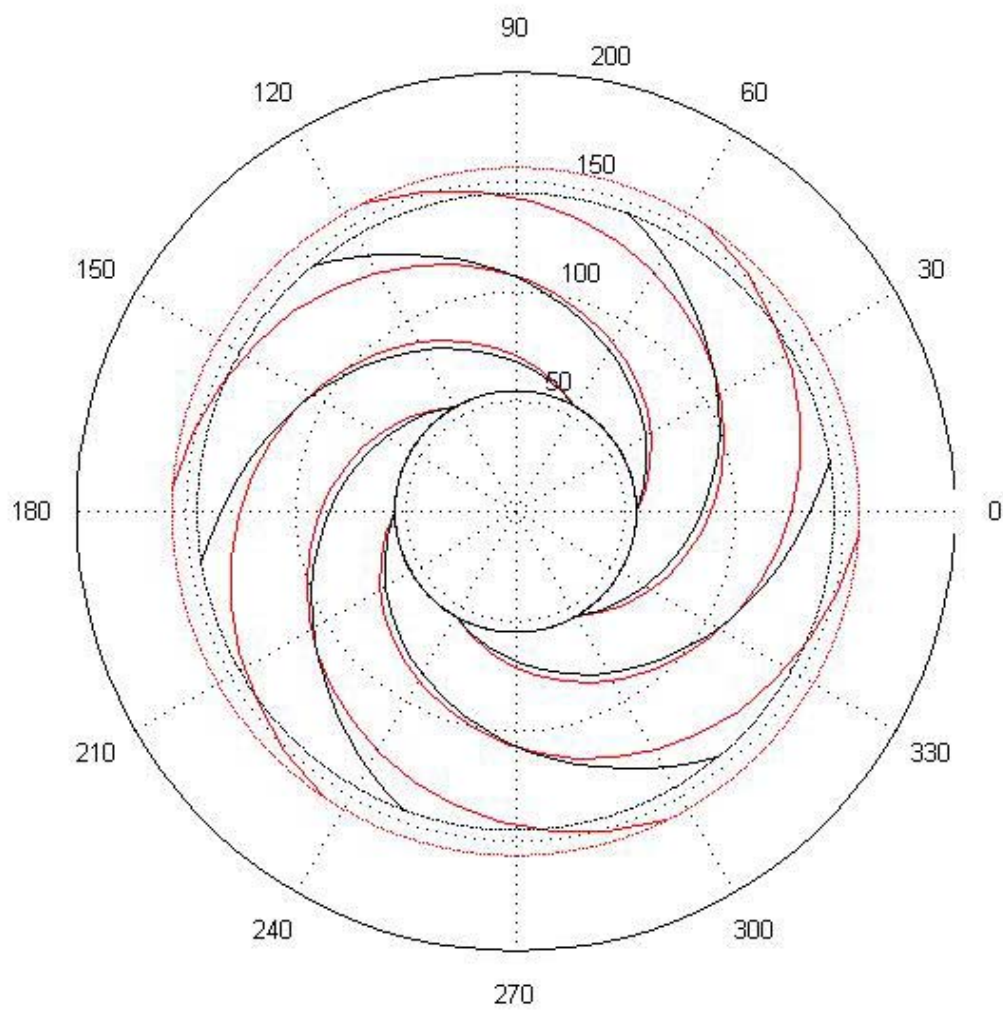
شکل ۲

مقایسه ی دو پره ی طراحی شده از دو روش

جدول ۱

پره گولیچ	پره لازارکویچ	پارامتر
110	111	قطر داخلی روتور (mm)
313	292	قطر خارجی روتور (mm)
2.84	2.63	نسبت قطرها
23	22	زاویه ی ورودی پره
23	25	زاویه ی خروجی پره
6	6	تعداد پره
57.57	58.12	گام پره در ورودی (mm)
163.9	152.55	گام پره در خروجی (mm)
20	16	پهنای پره در خروجی (mm)
86.6%	82.5%	بازده هیدرولیکی
87%	84.2%	بازده حجمی
75%	68%	بازده کل

در شکل ۳ پره ی طراحی شده از روش لازارکویچ با رنگ مشکی و پره ی طراحی شده از روش گولیچ با رنگ قرمز نشان داده شده است.



شکل ۳

طراحی حلزونی

مقدمه

هدف از این بخش ارائه ی الگوریتمی است که به وسیله ی آن حلزونی مناسب برای پره ی یک پمپ با عملکرد مشخص در نقطه ی بهینه، طراحی شود. برخلاف الگوریتم های معرفی شده ی طراحی پره که در بخش قبل ارائه شد، الگوریتم های طراحی حلزونی بسیار متفاوت از هم اند. به عبارت دیگر روش واحدی جهت طراحی حلزونی ها وجود ندارد.

دلیل اصلی این موضوع در فلسفه ی وجود حلزونی در پمپ نهفته است. سیال به درون پمپ مکیده می شود و توسط پره به آن انرژی جنبشی داده می شود. وظیفه ی اصلی حلزونی، تبدیل این انرژی جنبشی به فشار می باشد. پوسته ی پمپ هیچ قطعه ای جهت تولید هد کلی ندارد؛ بنابراین تنها در کاهش افت ها تاثیرگذار است. لذا تفاوت های موجود بین روش های طراحی حلزونی تاثیر چندانی بر هد کلی ندارد.

به منظور درک بهتر مراحل طراحی حلزونی، روند آن با حل یک مثال شرح داده شده است. مثال حل شده طراحی حلزونی برای پره ای است که در نقطه ی بهترین عملکرد، نفت خام سبک را با دبی $Q = 100 \frac{m^3}{hr}$ و هد $H=30m$ در دور موتور $n=1450$ rpm پمپاژ کند. شایان ذکر است که چگالی نفت خام سبک $840 \frac{kg}{m^3}$ است. در بخش قبلی پره ی مورد نظر با روش های مختلف طراحی شد. بنابراین از اطلاعات حاصل از یکی از این طراحی ها که در جدول ۱ آورده شده است استفاده می شود. اطلاعات مندرج در جدول ۱ حاصل طراحی پره با استفاده از نرم افزار CFTurbo و به روش مرحله به مرحله می باشد.

طراحی حلزونی مبتنی بر متن کتاب لبانوف

کتاب «پمپ های سانتریفیوژ: طراحی و کاربرد» در سال ۱۹۸۵ توسط ول لبانوف و رابرت راس به نگارش در آمد. مطالب و روش های بیان شده در این کتاب بسیار شبیه به روش های بیان شده در کتاب «پمپ های سانتریفیوژ و جریان محوری» نوشته ی استپانوف است که در سال ۱۹۵۷ منتشر شده است. کتاب مذکور یکی از کتب بنیادین طراحی پمپ است که لبانوف با نگاهی نو و با افزودن مطالب تالیفی خود به آن «پمپ های سانتریفیوژ: طراحی و کاربرد» را منتشر کرد. در نتیجه شیوه ی ارائه شده در این بخش را روش استپانوف نیز می توان نام نهاد.

جدول ۱

پارامتر	مقدار
قطر داخلی روتور (mm)	103
قطر خارجی روتور (mm)	312
نسبت قطر ها	3.08
زاویه ی ورودی پره	30
زاویه ی خروجی پره	23
تعداد پره	6
گام پره در ورودی (mm)	52.88
گام پره در خروجی (mm)	163.36
پهنای پره در خروجی (mm)	20
بازده هیدرولیکی	86.6%
بارده حجمی	87%
بازده کل	75%

تعیین پارامترهای حلزونی

گام اول) مساحت حلزونی (گلوبی)

شکل ۱ نمودارهای مختلفی را، از سازندگان مختلف پمپ های سانتریفیوژ، جهت تعیین مقدار ضریب k_3 ارائه می کند. در شکل ۲ میانگین این نمودارها ارائه شده است. با تعیین ضریب k_3 از نمودار شکل ۲ و با استفاده از رابطه ی زیر می توان مساحت حلزونی را محاسبه کرد:

$$A_v = \frac{0.04 \times Q}{k_3 \times H^{0.5}}$$

در رابطه ی فوق دبی بر حسب گالن در دقیقه و هد بر حسب فوت می باشد. مساحت به دست آمده بر حسب اینچ مربع است. روابط زیر جهت تبدیل واحدهای رابطه ی فوق مفید است:

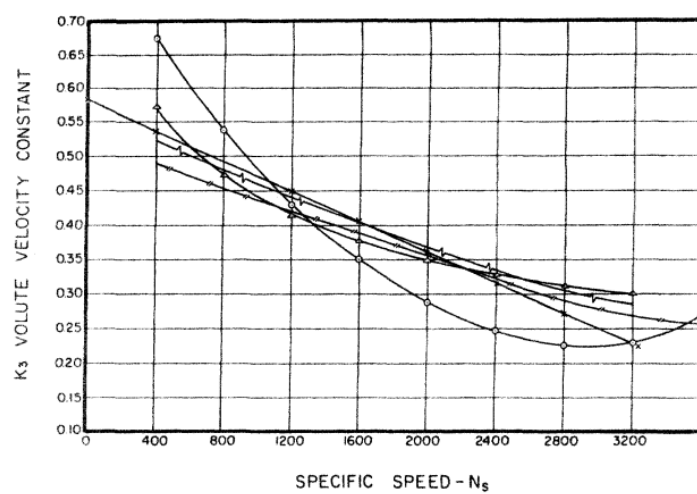
$$1 \text{ m}^3 = 264 \text{ gal} , 1 \text{ hr} = 60 \text{ min} \rightarrow 1 \frac{\text{m}^3}{\text{hr}} \times \frac{1 \text{ hr}}{60 \text{ min}} \times \frac{264 \text{ gal}}{1 \text{ m}^3} = 6.07 \text{ GPM}$$

$$1 \text{ m} = 3.28 \text{ ft}$$

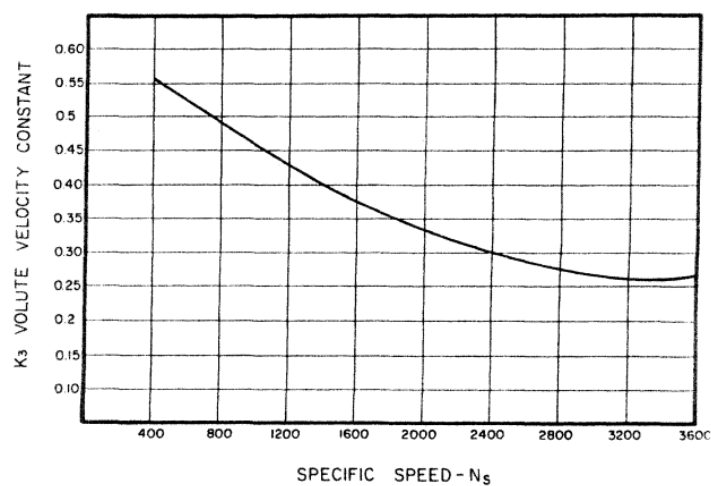
$$1 \text{ in}^2 = 6.34 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

همچنین برای تبدیل سرعت مخصوص از رابطه ی زیر استفاده می شود:

$$N_s = 51.6 n_q$$



شکل ۱



شکل ۲

برای حلزونی مذکور:

$$Q = 100 \times 6.07 = 607 \text{ GPM}$$

$$H = 30 \times 3.28 = 98.4 \text{ ft}$$

$$N_s = 51.6 \times 18.85 = 972.66 \rightarrow k_s \approx 0.46$$

با قرار دادن مقادیر فوق در رابطه ی مساحت حلزونی:

$$A_v = \frac{0.04 \times Q}{k_s \times H^{0.5}} = \frac{0.04 \times 607}{0.46 \times 98.4^{0.5}} = 5.32 \text{ in}^2$$

در واحد SI:

$$A_v = 6.34 \times 10^{-4} \times 5.32 = 3.37 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

مقدار به دست آمده، مقدار نهایی مساحت حلزونی برای پمپ های تک حلزونی است. اگر پمپ مورد نظر از آرایش حلزونی دوبل استفاده کند، مقدار به دست آمده تقسیم بر دو خواهد شد.

گام دوم) پهنای حلزونی

برای تعیین پهنای حلزونی، تطابق مقدار با قطر خارجی پره (d_2) و پهنای خروجی آن (b_2) حائز اهمیت است. همچنین این مقدار باید به گونه ای باشد که فاصله ی بین محفظه (casing) و شroud پره با وجود خطاهای معمول ریخته گری، کافی باشد. جدول ۲ مقدار پهنای حلزونی را ارائه می کند.

جدول ۲

سرعت مخصوص (n_q)	سرعت مخصوص (N_s)	پهنای حلزونی (b_3)
<19.4	< 1000	$2b_2$
19.4-58.1	1000-3000	$1.75b_2$
>58.1	> 3000	$1.6b_2$

پره ی حلزونی مذکور مقدار سرعت مخصوص در واحد SI ۱۸/۸۵ بوده و در نتیجه مشمول اطلاعات ردیف اول جدول ۲ می شود :

$$b_3 = 2b_2 = 2 \times 20 = 40 \text{ mm}$$

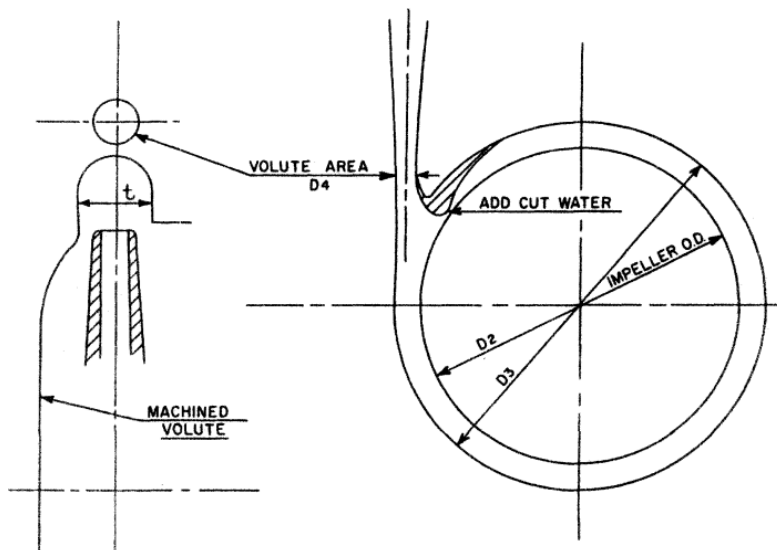
گام سوم) قطر کاتواتر

جهت جلوگیری از نویز، نوسانات و ارتعاشات، مخصوصاً در فرکانس گذر پره، یک فاصله ی حداقلی بین لبه ی پره و لبه ی حلزونی در نظر گرفته می شود که به آن کاتواتر (cutwater) می گویند. جدول ۳ اطلاعات مفیدی پیرامون تعیین قطر کاتواتر ارائه می کند.

جدول ۳

سرعت مخصوص (N_s)	سرعت مخصوص (n_q)	قطر کاتواتر (d_3)
600-1000	11.6-19.4	$1.05d_2$
1000-1500	19.4-29.1	$1.06d_2$
1500-2500	29.1-48.4	$1.07d_2$
2500-4000	48.4-77.5	$1.09d_2$

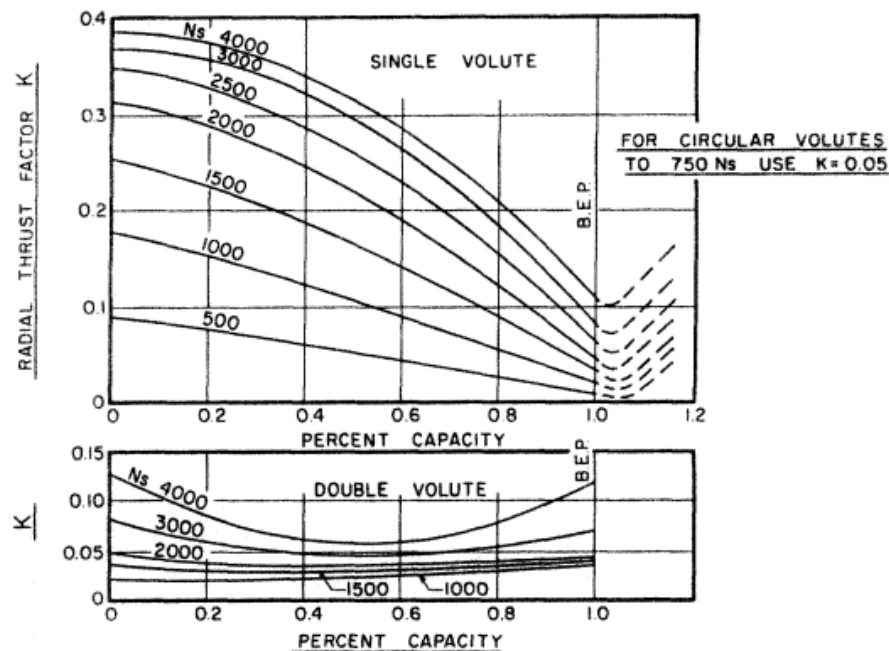
سه پارامتر تعیین شده در فوق در شکل ۳ نشان داده شده اند.



شکل ۳

علاوه بر تعیین سه پارامتر فوق، توصیه می شود در طراحی پارامترهای دیگر از نکات زیر استفاده شود:

۱. حلزونی برای حالت سرعت ثابت طراحی شود.
۲. انرژی جنبشی تنها در محفظه ی دیفیوزر مانند بعد از حلزونی به فشار تبدیل شود. زاویه ی واگرایی این محفظه ۷ تا ۱۳ درجه انتخاب شود.
۳. سطح مقطع حلزونی به تدریج از کاتوتر تا نازل حلزونی افزایش می یابد.
۴. توزیع فشار حول حلزونی تنها در نقطه ی BEP در تعادل است و در دو طرف این نقطه این تعادل به هم خورده و نیروی فشاری بر آن اعمال می شود که منجر به نیروی شعاعی روی پره می شود. نیروی شعاعی روی پره باعث خمش شفت و در موارد بحرانی باعث شکست آن خواهد شد. مقدار نیروی شعاعی مذکور برابر است با : $P = \frac{KHd_2b_2SG}{2.31}$. در شکل ۴ مقادیر تجربی ضریب K ارائه شده است.



شکل ۴

۵. ترجیحا زاویه ی دیواره ی حلزونی در تمام طول آن ثابت بماند.
 ۶. فضای حلزونی در دو طرف شروود متقارن باشد.
 ۷. برای سرعت مخصوص های کمتر از ۶۰۰ از پروفیل دایروی استفاده شود.
- در رابطه با درک بهتر نکته ی شماره یک ارائه ی توضیحات زیر ضروری به نظر می رسد.

روش های محاسبات حلزونی

دبی جریان گذرنده از یک سطح مقطع حلزونی با مساحت A و با موقعیت φ (همانطور که در شکل ۵ نشان داده شده است) برابر است با:

$$Q_{\varphi} = \int c_u dA = \int_{r_4}^{r_a(\varphi)} c_u b(r) dr$$

از طرفی :

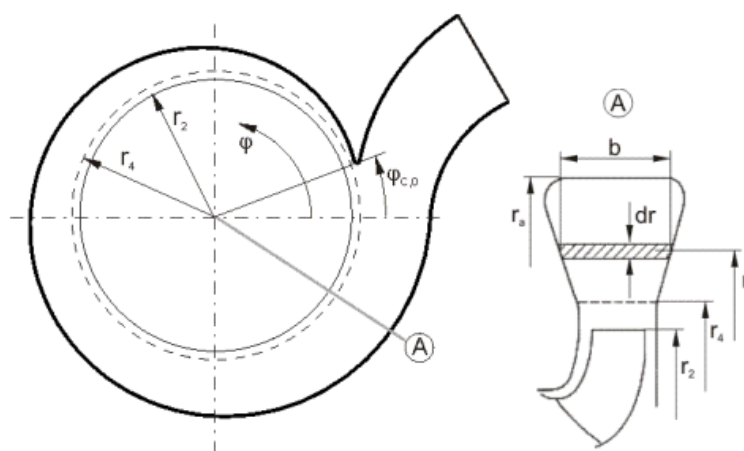
$$Q_{\varphi} = Q_i \times \left(\frac{\varphi}{2\pi}\right)$$

با جایگذاری φ در رابطه ی فوق رابطه ی نهایی به دست می آید:

$$\varphi = \frac{2\pi}{Q_i} \int_{r_4}^{r_a(\varphi)} c_u b(r) dr$$

$$Q_i = \frac{Q}{\eta_v} \text{ در رابطه ی فوق}$$

برای حل انتگرال فوق دو روش محاسباتی وجود دارد که در زیر شرح داده شده است:



شکل ۵

۱. روش فلیدرر^۱ (روش ممان ممنتوم ثابت)

این روش بر اساس این فرض می باشد که جریان در حلزونی قانون ممان ثابت ممنتوم را رعایت می کند. یعنی:

$$M_m = c_u r = const$$

¹ Pfleiderer

از رابطه ی فوق می توان اینگونه استنباط کرد که با افزایش فاصله از محور پروانه، سرعت جانبی کاهش می یابد و در نتیجه در یک سطح مقطع از حلزونی این سرعت ثابت نیست. با برقراری این قانون اتلافات به حداقل می رسد و از وجود اصطکاک در سیال صرف نظر می توان صرف نظر کرد.

با استفاده از رابطه ی به دست آمده می توان مقدار انتگرال رابطه ی φ را اینگونه به دست آورد:

$$\varphi = \frac{2\pi}{Q_i} \int_{r_4}^{r_a(\varphi)} c_u b(r) dr = \frac{2\pi \times c_{u4} r_4}{Q_i} \int_{r_4}^{r_a(\varphi)} \frac{b(r)}{r} dr$$

با انتخاب سطح مقطعی مانند چهارگوش، دایروی و دوزنقه ای این انتگرال به صورت صریح قابل حل است. در حالت کلی یکی از روش های متداول حل این انتگرال حل جدولی آن است. به این صورت که با تبدیل انتگرال به سیگما و با ایجاد جدولی ۲ ستونه شامل شعاع و پهنای محاسبات حلزونی به پاسخ نهایی می رسد.

۲. روش استپانوف (روش سرعت ثابت)

استفاده از روش فلیدرر مشکلات زیر را با خود به همراه می آورد:

I ناهمخوانی سرعت به دست آمده از این روش با سرعت واقعی در حلزونی

II عدم قطعیت محاسبه ی افت های اصطکاکی

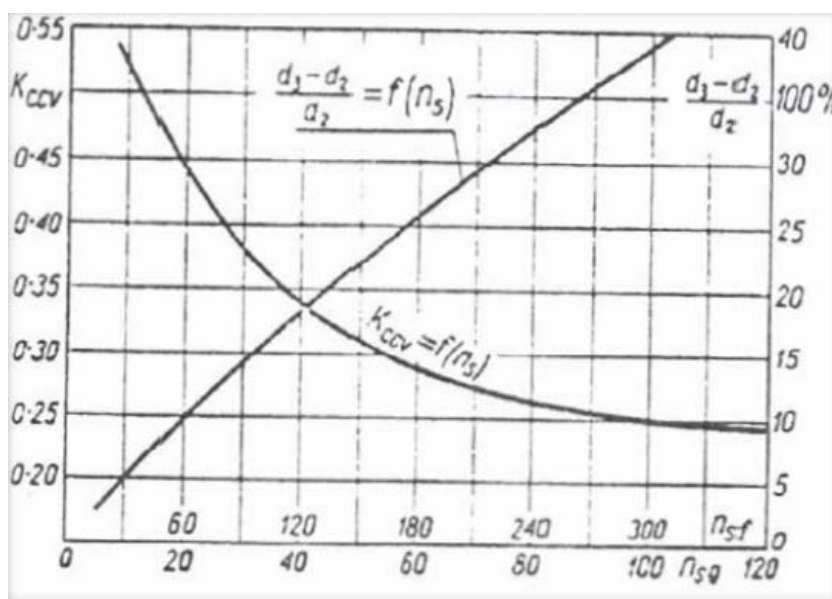
III مقدار Q_{opt} باید به وسیله ی مقدار نهایی سطح مقطع حلزونی تعیین شود.

به همین دلیل استپانوف روشی را معرفی می کند که طی آن با افزایش φ سطح مقطع افزایش یافته و سرعت ثابت می ماند. استفاده از این روش حجم محاسبات را به طرز قابل ملاحظه ای کاهش می دهد. سرعت ثابت میانگین در حلزونی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$c_u = K_{cv} \sqrt{2gH}$$

که در آن K_{cv} ضریبی تجربی است و از نمودار شکل ۶ به دست می آید. با استفاده از رابطه ی فوق می توان انتگرال مذکور را حل کرد:

$$\varphi = \frac{2\pi}{Q_i} \int_{r_4}^{r_a(\varphi)} c_u b(r) dr = \frac{2\pi \times K_{cv} \sqrt{2gH}}{Q_i} \int_{r_4}^{r_a(\varphi)} b(r) dr$$



شکل ۶

استفاده از طراحی استاندارد سطح مقطع حلزونی

جهت مشخص بودن کانتورهای حلزونی، می توان سطح مقطع حلزونی پمپ های مختلف را بر حسب یک مدل مرجع جهانی طراحی کرد. شایان ذکر است که استفاده از این طرح های جهانی بهترین عملکرد هیدرولیکی را در پی دارد؛ اگرچه ممکن است با سلیقه ی طراح جور در نیاید یا برخی ملاحظات طراحی مکانیکی را نقض کند. به جز پهنای پره و فاصله ی بین پره و کاتوتر سایر پارامترهای هر حلزونی ای بسیار مشابه هم است.

استفاده از این طرح ها، با تضمین عملکرد هیدرولیکی مناسب بخش آزمون و خطای طراحی حلزونی را حذف می کند. به همین منظور در شکل های ۷ و ۸ طرح جهانی این حلزونی ها با خروجی ۱۰ اینچ مربع نشان داده شده اند. همانطور که در شکل ۸ نشان داده شده است، اگر مساحت خروجی حلزونی پمپ مورد نظر مقداری غیر از ۱۰ اینچ مربع بود، از گام های زیر اندازه های جدید به دست می آید:

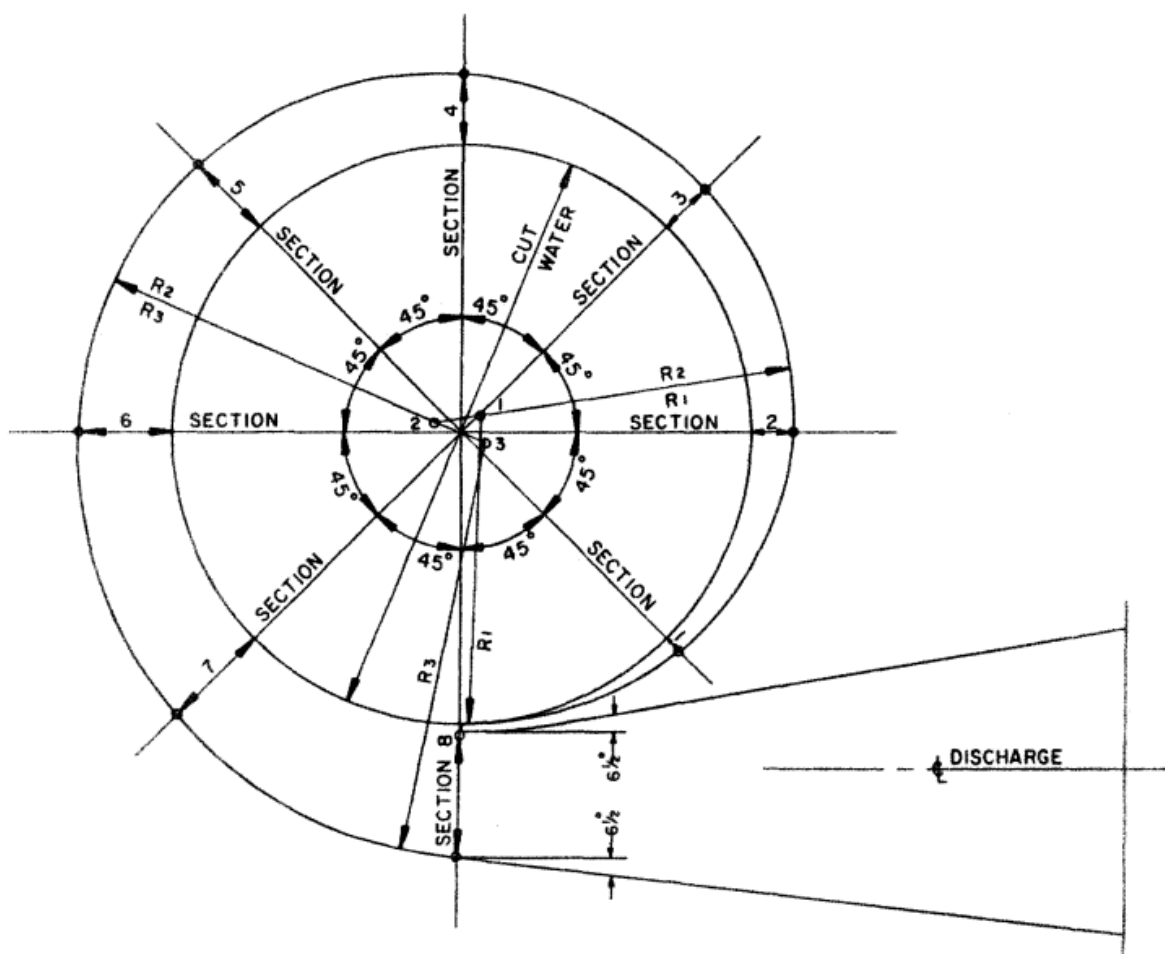
گام اول) تعیین ضریب مساحت

از مساحت به دست آمده از رابطه ی $A_v = \frac{0.04 \times Q}{k_3 \times H^{0.5}}$ جهت تعیین ضریب مساحت استفاده می شود:

$$F = \sqrt{\frac{A_v}{10}}$$

برای حلزونی مذکور:

$$F = \sqrt{\frac{A_v}{10}} = \sqrt{\frac{5.32}{10}} = 0.73$$



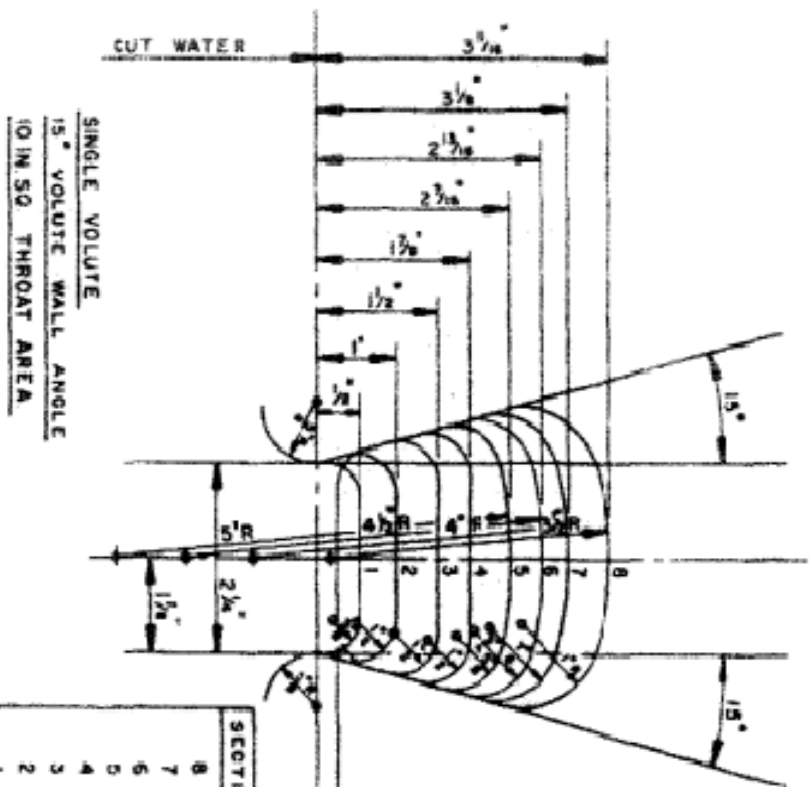
شکل ۷

گام دوم) تعیین مساحت های جدید هر بخش

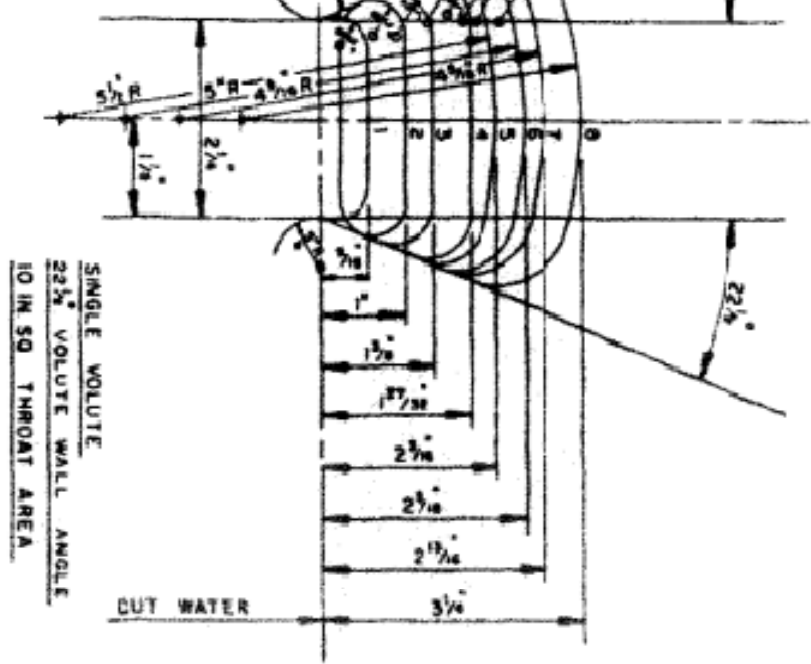
با ضرب ضریب به دست آمده از گام اول در مساحت های طراحی جهانی، مساحت های جدید به دست می آید.

برای حلزونی مذکور:

بخش	مساحت طرح جهانی (in^2)	مساحت طرح جدید جهانی (in^2)	مساحت طرح جدید جهانی ($10^3 \times m^2$)
۸	۱۰	۷/۳۰	۴/۶۳
۷	۸/۷۵	۶/۳۹	۴/۰۵
۶	۷/۵	۵/۴۸	۳/۴۷
۵	۶/۲۵	۴/۵۶	۲/۸۹
۴	۵	۳/۶۵	۲/۳۱
۳	۳/۷۵	۲/۷۴	۱/۷۴
۲	۲/۵	۱/۸۳	۱/۱۶
۱	۱/۲۵	۰/۹۱	۰/۵۸



SECTION	AREA (SQ IN.)
8	10
7	8.75
6	7.5
5	6.25
4	5
3	3.75
2	2.5
1	1.25



SINGLE VOLUTE
22 1/2° VOLUTE WALL ANGLE
10 IN SQ THROAT AREA

NEW VOLUME FACTOR $F = \sqrt{\frac{AX}{10}}$
 AX - NEW VOLUME AREA (SQ IN.)
 MULTIPLY ALL DIMENSIONS BY FACTOR "F"

طراحی حلزونی مبتنی بر متن کتاب گولیچ

کتاب پمپ های سانتریفیوژ نوشته ی یوهان فردریش گولیچ در سال ۲۰۰۷ توسط انتشارات اشپرینگر چاپ شد. همانطور که انتظار می رود با توجه به سال انتشار این کتاب، به جزئیات هیدرولیکی بیشتری نسبت به کتب پیشین توجه شده است و طراحی بر اساس آن بار علمی بیشتری دارد. بر اساس روش توصیه شده ی این کتاب نرم افزار طراحی CFTurbo برنامه نویسی شده است که نقش مهمی در طراحی پره در دنیای پمپ ایفا می کند.

برای طراحی حلزونی به روش گولیچ، باید پارامترهای اساسی آن را به ترتیب زیر مشخص کرد:

❖ زاویه ی پوشش حلزونی (ϵ_1)

زاویه ی پوشش حلزونی اغلب در آرایش های دوبل، دوقلوپی و چندگانه حائز اهمیت هستند. همانطور که واضح است، زاویه ی پوشش حلزونی برای آرایش تک همواره ۳۶۰ درجه می باشد.

❖ دبی حلزونی (Q_{Le})

بدیهی است که میزان دبی نشتی ورودی پره، هیچگاه به حلزونی نمی رسد. لذا دبی ورودی به حلزونی با دبی ورودی به پره متفاوت است. این نشتی ها شامل نشتی های بین هر طبقه (برای پمپ های چند طبقه) و نشتی ناشی از بالانس نیروی تراست می باشد. پس:

$$Q_{Le} = Q_{opt} + Q_{Le} + Q_{s3}$$

برای حلزونی مذکور با توجه به اطلاعات پره ی طراحی شده در بخش قبل:

$$Q_{Le} = Q_{opt} + Q_{Le} + Q_{s3} = 100 + 7.5 + 0 = 107.5 \frac{m^3}{hr}$$

❖ سرعت جانبی سیال در ورودی حلزونی (C_{4u})

سرعت خروجی پره (C_{2u}) با توجه به روابط بیان شده در مقاله ی طراحی پره به دست می آید. اگر در خروجی پره دیفیوزری طراحی شود، سرعت ورودی دیفیوزر، بنا بر رابطه ی بقای ممنتوم از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$C_{3u} = \frac{r_2}{r_3} C_{2u}$$

که در آن زیروند ۳ نماینده ی ورودی دیفیوزر است. سرعت در خروجی دیفیوزر، سرعت در ورودی حلزونی است.

$$C_{4u} = C_{2u} = 14.7 \frac{m}{s} \text{ باشد: برای حلزونی مذکور که بی دیفیوزر می باشد:}$$

❖ قطر کاتواتر (d_z)

همانطور که پیشتر بیان شد، بین پره و حلزونی باید یک ناحیه با حداقل فاصله قرار داد تا از نوسانات و ارتعاشات ناخواسته جلوگیری کند. قطر کاتواتر که در وقع همان فاصله ی آن از محور پره می باشد از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\frac{d_z}{d_2} \geq 1.03 + 0.1 \frac{nq}{40} + 0.07 \frac{\rho H}{\rho_{REF} H_{REF}}$$

که در آن ρ_{REF} و H_{REF} مقادیر مرجع بوده و به ترتیب برابرند با ۱۰۰۰ متر و ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب.

برای حلزونی مذکور:

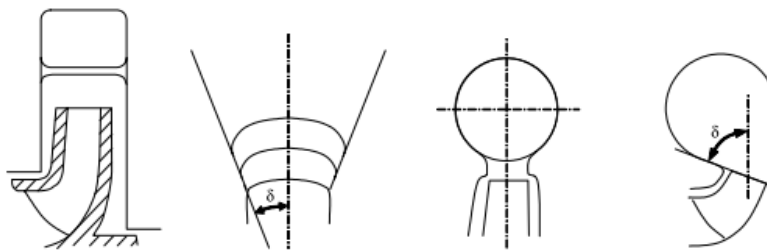
$$\frac{d_z}{d_2} \geq 1.03 + 0.1 \frac{n_q}{40} + 0.07 \frac{\rho H}{\rho_{REF} H_{REF}} = 1.03 + 0.1 \frac{18.85}{40} + 0.07 \frac{840 \times 30}{10^6} = 1.102$$

پس:

$$d_z = 1.11 d_2 = 1.11 \times 312 \approx 346 \text{ mm}$$

❖ هندسه ی سطح مقطع حلزونی

هندسه ی سطح مقطع حلزونی باید با توجه به نوع پمپ، تنش های حلزونی و تغییر شکل های مجاز انتخاب شود. در شکل ۹ تعدادی از این هندسه ها نشان داده شده اند. از سمت چپ به ترتیب، حلزونی چهارگوش، حلزونی دوزنقه ای، حلزونی دایروی و حلزونی نامتقارن نام دارند.



شکل ۹

یکی از مهمترین عوامل در انتخاب هندسه ی سطح مقطع حلزونی، الگویی است که تولید کننده ی پمپ پیش از این، از آن تبعیت می کرد. استفاده از هندسه ی چهارگوش و دوزنقه ای مزیت ساخت و نصب آسانتر را نسبت به هندسه ی دایروی دارا هستند. در کل استفاده از هندسه های مسطح به جای هندسه های دایروی باعث کاهش افت های هیدرولیکی می شود. از همین رو انتخاب چنین هندسه هایی با نسبت عرض به ارتفاع ۲ بسیار بهینه است.

حلزونی های مورد استفاده و ساخته شده در کارخانه ی آریا سپهر کیهان هندسه ی دایروی دارند. لذا در ادامه با انتخاب این هندسه به طراحی حلزونی پرداخته می شود.

❖ پهنای ورودی (b_3)

پهنای ورودی حلزونی با توجه به مقدار پهنای خروجی پره، فواصل ضروری اطراف پره و الزامات حلزونی تعیین می شود. همچنین تغییرات از حلزونی به نازل خروجی باید تا حد امکان ملایم باشد. در نتیجه برای حلزونی های تک مقدار پهنای ورودی باید آنقدر بزرگ باشد که تقریباً برابر با مقدار ارتفاع شود.

مقدار نسبت $\frac{b_3}{b_2}$ بستگی به مقدار سرعت مخصوص دارد و می تواند در محدوده ی گسترده ای بدون آنکه تاثیر قابل ملاحظه ای بر روی بازده داشته باشد انتخاب شود. رعایت موارد زیر برای انتخاب این مقدار در یک پره ی باز مناسب است:

۱. در سرعت مخصوص های پایین برای جلوگیری از ارتعاشات زیاد باید $4 \leq \frac{b_3}{b_2} \leq 2$ باشد.

۲. در سرعت مخصوص های بالا برای جلوگیری توربولانس و جریان ثانویه باید $1.2 \leq \frac{b_3}{b_2} \leq 1.05$ باشد.

با توجه به سرعت مخصوص پایین حلزونی مذکور:

$$b_3 = 2.5 b_2 = 50 \text{ mm}$$

❖ پروفیل کاتواتر

پروفیل کاتواتر باید بیضوی باشد تا آن را به تغییر خط جریان از تغییر شرایط کارکرد غیرحساس کند. این پروفیل باید کوتاه و نازک باشد تا در مقابل تنش ها مقاوم باشد و ریسک ایجاد ترک در آن کاهش یابد. ضخامت لبه ی جلویی کاتواتر (e_3) را می توان با یک دایره تعریف کرد که قطر آن تقریباً $0.02 d_2$ است. کاتواتر زاویه ای با مولفه ی جانبی سرعت می سازد که α_3 نام دارد. این زاویه باید به گونه ای انتخاب شود که منطبق بر خط جریان باشد.

برای حلزونی مذکور قطر دایره ی لبه ی کاتواتر $e_3 = 0.02 \times 312 \approx 6.25 \text{ mm}$ می باشد.

❖ مساحت گلویی حلزونی (A_{3q})

روش گولیچ برای محاسبات حلزونی، همان روش فلیدر (روش ممان ممنتوم ثابت) است. همانطور که پیشتر در بخش طراحی لبانوف (استپانوف) بیان شد، طراحی های متنوع حلزونی تاثیر چندانی بر بازده ندارد. حلزونی با زاویه پوشش ε_{sp} باید برای دبی $Q_{Le} \times \frac{\varepsilon_{sp}}{2\pi}$ شعاع هر قسمت از حلزونی توسط رابطه ی زیر تعیین می شود:

$$\int_{r_z}^{r_a} \frac{b}{r} dr = \frac{\varepsilon_{sp} \times Q_{Le}}{2\pi \times c_{2u} \times r_2}$$

برای حلزونی مذکور:

$$\int_{r_z}^{r_a} \frac{b}{r} dr = \frac{\varepsilon_{sp} \times Q_{Le}}{2\pi \times c_{2u} \times r_2} = \int_{0.173}^{r_a} \frac{b}{r} dr = \frac{107.5 \times \frac{1}{3600}}{14.7 \times 0.156} = 0.013$$

ضخامت لبه ی جلویی کاتواتر نیز روی شتاب گرفتن سیال موثر است ولی این تاثیر روی عملکرد پمپ در دبی مطلوب بسیار ناچیز است. در صورت تاثیر دادن این ضخامت در محاسبات، حد پایین انتگرال فوق به $r_z' = r_z + \frac{e_3}{2}$ تغییر می کند. ارتفاع گلویی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$a_3 = r_a - r_z'$$

حل تحلیلی به دست آمده از انتگرال فوق، برای سطح مقطع دایروی، سه رابطه ی زیر را می دهد:

$$X_{sp} = \frac{Q_{Le}}{\pi \times c_{2u} \times r_2} \frac{\varepsilon_{sp}}{2\pi}$$

$$d_{3q} = X_{sp} + \sqrt{2d_z' X_{sp}}$$

$$A_{3q} = \frac{\pi d_{3q}^2}{4}$$

که در آن d_{3q} قطر معادل و A_{3q} مساحت گلویی می باشد.

برای حلزونی مذکور:

$$X_{sp} = \frac{Q_{Le}}{\pi \times c_{2u} \times r_2} \frac{\varepsilon_{sp}}{2\pi} = \frac{\frac{107.5}{3600}}{\pi \times 14.7 \times 0.156} = 0.002$$

$$d_{3q} = X_{sp} + \sqrt{2d'_z X_{sp}} = 0.002 + \sqrt{2 \times (0.322 + \frac{0.00625}{2}) \times 0.002} = 0.038$$

$$A_{3q} = \frac{\pi d_{3q}^2}{4} = \frac{\pi \times 0.038^2}{4} = 0.0022 \text{ m}^2$$

تعیین هندسه ی دقیق حلزونی

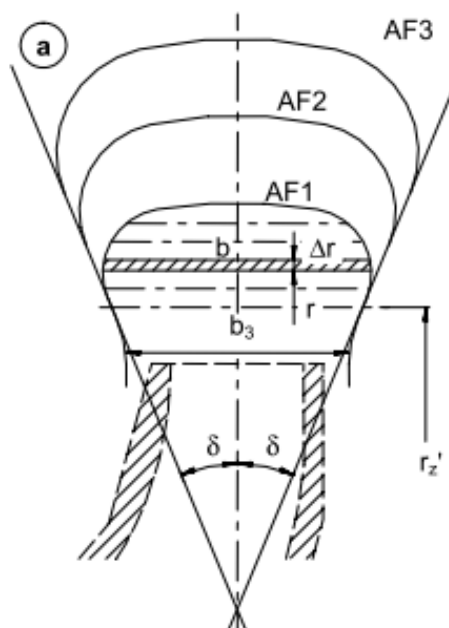
۱. تعیین هندسه ی دقیق حلزونی مبنی بر قانون ممثوم ثابت

همانطور که پیشتر بیان شد، رابطه ی زیر از قانون ممثوم ثابت قابل استنباط است:

$$\int_{r_z}^{r_a} \frac{b}{r} dr = \frac{\varepsilon \times Q_{Le}}{2\pi \times c_{2u} \times r_2} \rightarrow \varepsilon = \frac{2\pi \times c_{2u} \times r_2}{Q_{Le}} \int_{r_z}^{r_a} \frac{b}{r} dr = \frac{2\pi \times c_{2u} \times r_2}{Q_{Le}} \sum_{r_z}^{r_a} \frac{b}{r} \Delta r$$

با استفاده از رابطه ی فوق روش گام به گام زیر برای تعیین هندسه ی دقیق حلزونی به کار می رود:

- I. مقادیر b_3, r'_z, δ برای تعیین دو سطح مقطع دورانی داخلی و خارجی مشخص شود. (δ زاویه ی انحراف حلزونی از خط قائم بر محور روتور است).
 - II. محدوده ی خارجی سطح مقطع های مختلف مثل خطوط AF1 تا AF3 در شکل ۱۰ رسم شود. اینکه کدام سطح مقطع با چه ارتفاعی مناسب است با توجه به سطح مقطع گلویی حلزونی معادل با سطح مقطع دایروی قابل تخمین است.
 - III. سطوح مقطع به المان های کوچک به عرض b و ضخامت Δr تقسیم شود. موقعیت هر المان با شعاع آن یعنی r تعیین می شود.
 - IV. تمامی مقادیر b, r و Δr به دست آمده، در یک جدول ردیف می شوند.
 - V. مقدار $\sum \frac{b}{r} \Delta r$ برای هر المان محاسبه می شود.
 - VI. جمع به دست آمده در رابطه ی $\varepsilon = \frac{2\pi \times c_{2u} \times r_2}{Q_{Le}} \sum_{r_z}^{r_a} \frac{b}{r} \Delta r$ قرار داده می شود. زاویه ی به دست آمده مبین زاویه ی آن سطح مقطع به خصوص می باشد.
 - VII. مقدار r_a متناظر نیز همزمان با مرحله ی قبل به دست می آید.
- گام های فوق معمولاً به وسیله ی یک برنامه ی کامپیوتری طی می شود.



شکل ۱۰

۱. تعیین هندسه ی دقیق حلزونی مبنی بر قانون سرعت ثابت

در این روش نیز مساحت گلویی مانند قبل محاسبه می شود. حال با استفاده از این مساحت می توان سرعت در گلویی را محاسبه کرد:

$$c_{3u} = \frac{Q_{Le}}{A_{3q}}$$

از طرفی مساحت گلویی برابر است با :

$$A_{3q} = \int_{r_z}^{r_a} b \, dr$$

سطوح مقطع در هر زاویه ای با استفاده از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$A(\varepsilon) = A_{3q} \frac{\varepsilon}{2\pi}$$

حال سوالی که پیش می آید این است که از کدام روش برای طراحی حلزونی استفاده شود؟ پاسخ را می توان در دو بند خلاصه کرد:

❖ برای $n_q < 25$ بهتر است از قوانین سرعت ثابت استفاده شود.

❖ برای $n_q > 25$ بهتر است از قوانین ممنتوم ثابت استفاده شود.

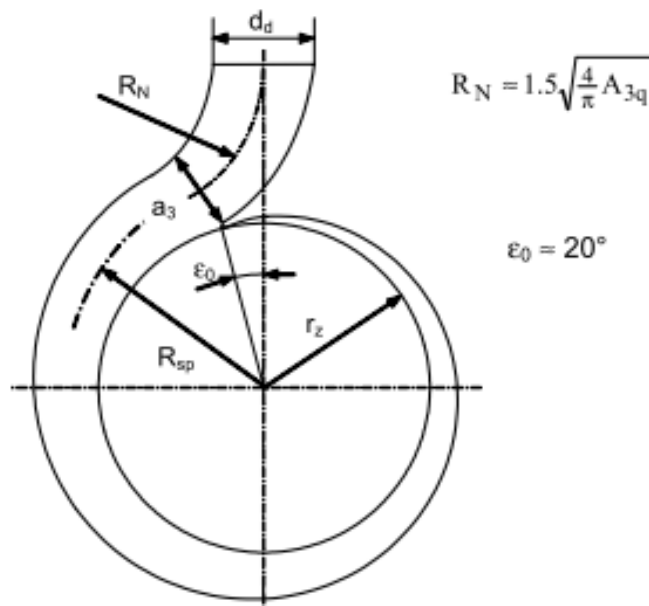
شایان ذکر است که در بازه ی سرعت مخصوص ۲۵ تا ۳۵ می توان از هر دو روش استفاده کرد.

نکاتی پیرامون طراحی نازل خروجی

- دقیقا بعد از حلزونی یک دیفیوزر (نازل) قرار می گیرد.
- در سرعت مخصوص های بالا ($n_q \geq 80$)، سیال در پایین دست گلویی نباید شتاب منفی داشته باشد. زیرا در غیر این صورت نازل بسیار بزرگ و غیر اقتصادی خواهد بود.
- در سرعت مخصوص های پایین شتاب منفی در پایین دست گلویی مطلوب است. نازل باید به گونه ای طراحی شود که شیبی ملایم داشته باشد و اتلافات هیدرولیکی آن کم باشد.
- طول دیفیوزر با توجه به تنش ها و ممنتوم های موجود محدود می شود.
- نازل های شعاعی و مماسی دو نوع از نازل های متداولند.
- اگر نازل مماسی باشد باید از زاویه ی 60° و اگر شعاعی باشد باید از زاویه ی 20° درجه ی حلزونی شروع شود.
- شعاع میانگین، برای نازل های شعاعی برابر است با:

$$R_N = 1.5 \sqrt{\frac{4 A_{3q}}{\pi}}$$

در شکل ۱۱ نمونه ای از نازل های شعاعی نشان داده شده است.



شکل ۱۱

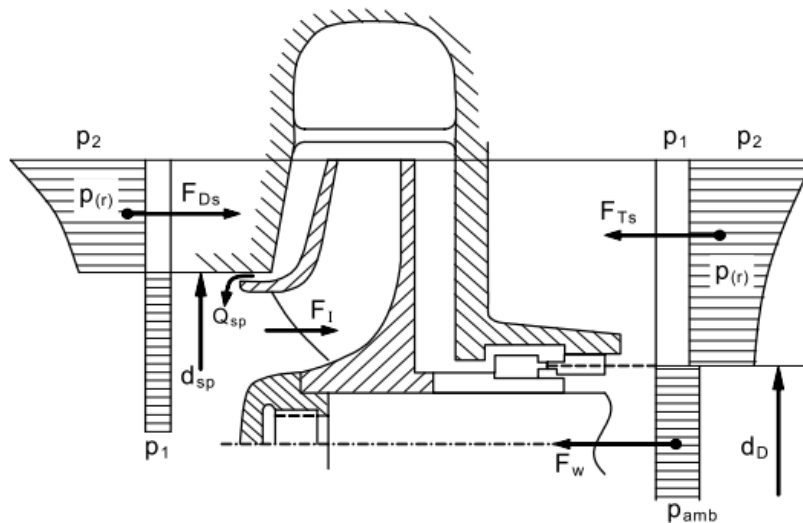
تحلیل نیروهای هیدرولیکی

مقدمه

افزایش فشار در پره باعث پیدایش نیرو و ممان هایی می شود که به روتور اعمال می شود. برای انتخاب اندازه ی مناسب شفت و یاتاقان ها به شناخت صحیح این نیروها در جهت های محوری و شعاعی نیاز است. هر کدام از این دو نیرو خاستگاه متفاوتی دارند. نیروهای شعاعی ناشی از توزیع فشار حول محیط پره است. در حالی که نیروهای محوری به دلیل جریان عبوری از فاصله های کناری پره و در نتیجه ی آن توزیع فشاری است که روی شroud به وجود می آید.

۱. تراست محوری

برای انتخاب اندازه ی یاتاقان های محوری یا ادوات خنثی کننده ی نیروی تراست محوری پیش بینی شده، شناخت نیروی محوری وارد شده بر روتور الزامی است. نیروی برآیند شامل نیروهای نشان داده شده در شکل ۱ است.



شکل ۱

در این شکل نیروهای F_{FS} و F_{RS} نیروهای حاصل از توزیع فشار وارد بر شroud هستند. در واقع F_{RS} نیروی محوری وارد بر شroud عقب و F_{FS} نیروی محوری وارد بر شroud جلو است. مقدار این نیروها از روابط زیر محاسبه می شود:

$$F_{FS} = \pi r_2^2 \left\{ (1 - x_{sp}^2) \Delta p_{La} - \frac{\rho}{4} u_2^2 \bar{k}^2 (1 - x_{sp}^2)^2 \right\}$$

$$F_{RS} = \pi r_2^2 \left\{ (1 - x_D^2) \Delta p_{La} - \frac{\rho}{4} u_2^2 \bar{k}^2 (1 - x_D^2)^2 \right\}$$

در روابط فوق پارامترهایی به کار رفته است که هر کدام در جدول ۱ معرفی شده اند.

جدول ۱

رابطه	نام	نماد
-	شعاع خارجی	r_2
-	مولفه محیطی سرعت در خروجی پره	u_2
$p_2 - p_1$	افزایش فشار استاتیکی در پره	Δp_{La}
$\frac{c_u}{r\omega} = \frac{\beta}{\omega}$	گردش سیال در فاصله ی کناری پره	k
$\frac{d_{sp}}{d_2}$	-	x_{sp}
$\frac{d_D}{d_2}$	-	x_D
-	سرعت زاویه ای سیال بین پره و حلزونی	β

همانطور که پیداست، برای محاسبه ی نیروی تراست محوری تنها لازم است که اختلاف فشار استاتیکی در پره محاسبه شود. برای محاسبه ی آن روابط زیر ارائه شده است:

$$\Delta p_{La} = \eta_{h,La} \frac{\rho}{2} (u_2^2 - w_2^2 + c_1^2)$$

$$\Delta p_{La} = \rho g H_p = \rho g H R_G$$

$$\Delta p_{La} \approx \rho g H \left(1 - \frac{\Psi}{4\eta_h}\right) \frac{\eta_{h,La}}{\eta_h}$$

در رابطه ی اول محاسبه ی اختلاف فشار نیازمند مولفه های سرعت در خروجی پره است، در صورتی که در دو رابطه ی آخر چنین نیازی وجود ندارد. همچنین برای ساده سازی رابطه ی آخر معمولاً فرض می شود که $\frac{\eta_{h,La}}{\eta_h} = 1$. یعنی افزایش فشار در خروجی پره بسیار ناچیز است.

نیروهای محوری وارد بر شroud از انتگرال $F = 2\pi \int p r dr$ نتیجه می شود. توزیع فشار مورد نیاز در انتگرال از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$p = p_2 - \frac{\rho}{2} u_2^2 \bar{k}^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right)$$

که در رابطه فوق $\bar{k}$ ضریب متوسط دوران سیال در فاصله ی کناری پره است و بر اساس تفاوت فشار خروجی پره و ورودی آب بند حلقوی در پمپ های چند طبقه اندازه گیری می شود.

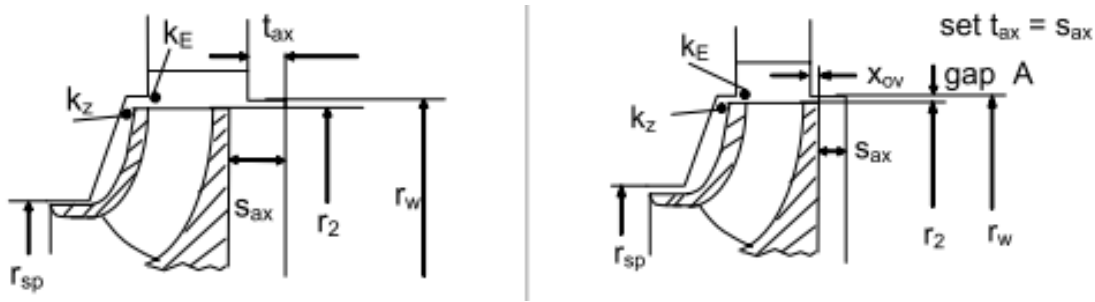
بازه ی انتگرال گیری از r_{sp} یا r_D تا r_2 است. در حالت کلی این انتگرال به صورت مجزا یک بار برای شروود جلوبی و یک بار برای شروود عقب محاسبه می شود. به همین منظور دو راه وجود دارد:

A از مقدار متوسط ضریب متوسط دوران استفاده شود. به همین منظور از روابط زیر استفاده می شود:

$$k_0 = \frac{1}{1 + \left(\frac{r_w}{r_2}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{r_w}{r_2} + 5\frac{t_{ax}}{r_2}\right) \frac{c_{f,W}}{c_{f,R}}}}$$

$$\frac{k_{cp}}{k_0} = \exp \left\{ 300 \varphi_{sp} \left[\left(\frac{r_2}{r_{sp}} \right)^b - 1 \right] \right\}$$

در روابط فوق k_0 نشاندهنده ی مقدار دوران جریان در حالتی است که هیچ جریان از کناره ی پره وجود نداشته باشد. جریان کناره ی پره را با φ_{sp} نشان می دهند. یعنی هنگامی که $\varphi_{sp} = 0$ باشد از نماد k_0 استفاده می شود. t_{ax} نشاندهنده ی ضخامت قسمت استوانه ای محفظه است. c_f ها نیز ضرایب اصطکاک می باشند. برای درک بهتر پارامترهای هندسی روابط فوق شکل ۲ ارائه شده است.



شکل ۲

k_{cp} مقدار متوسط ضریب دوران است که تنها هنگامی قابل استنباط از روابط فوق است که $k_E \approx 0.5$ & $\frac{r_{sp}}{r_2} > 0.3$. برای تعیین ثابت b از دستورالعمل زیر استفاده می شود:

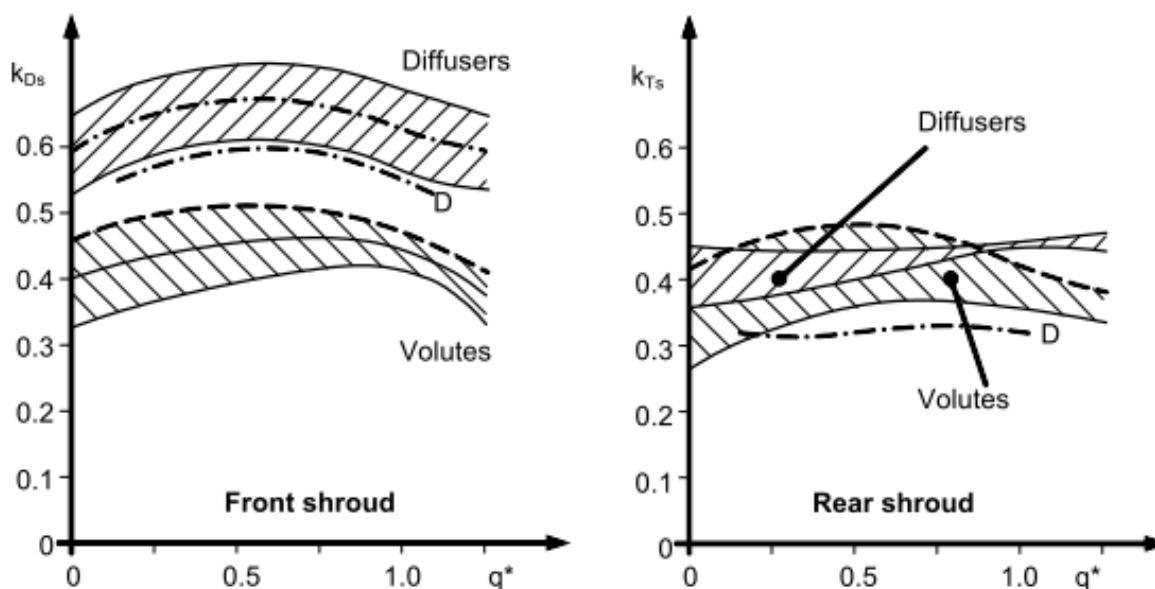
- اگر جریان سمت داخل باشد ($\varphi_{sp} > 0$) آنگاه $b=1$
- اگر جریان سمت خارج باشد ($\varphi_{sp} < 0$) آنگاه $b=0.65$

برای محاسبه ی مقدار متوسط ضریب دوران می توان از شکل ۳ نیز استفاده کرد. استفاده از این روش هنگامی مناسب است که نشستی ناچیز است.

B. می توان از ضریب کاهش نیرو (C_A) استفاده کرد. این ضریب همانطور که از اسمش پیداست مقدار کاهش نیروی محوری در حالت واقعی نسبت به حالتی که فشار در دو طرف ثابت باشد ($k=0$) را مشخص می کند. این ضریب به نیروی معادل

F_{Ref} اعمال می شود که با فرض توزیع فشار متناسب با $k=1$ به سطح πr_2^2 وارد می شود. با توجه به عبارات فوق :

$$C_A = \frac{\Delta F}{F_{Ref}} = \frac{4 \Delta F}{\pi \rho u_2^2 r_2^2} = \frac{8 \int_{r_2}^r \Delta p r dr}{\rho u_2^2 r_2^2} = 4 \int_1^x c_p x dx$$



شکل ۳

پس از به دست آوردن C_A از رابطه ی زیر نیروی وارد بر یک شرود محاسبه می شود:

$$F = \pi r_2^2 \left\{ (1 - x^2) \Delta p_{La} - \frac{\rho}{4} u_2^2 C_A \right\}$$

همچنین با به دست آوردن مقدار C_A می توان مقدار $\overline{k_A}$ را نیز از رابطه ی زیر محاسبه کرد:

$$\overline{k_A} = \frac{\sqrt{C_A}}{1 - x^2}$$

با توجه به نامعینی های موجود و همچنین حاشیه ای که برای بارهای محوری وارد بر یاتاقان های محوری در نظر گرفته می شود، استفاده از روش A در بسیاری از موارد کافی است. اگر تاثیرات نشتی بسیار باشد و یا لقی آب بند حلقوی سایشی باشد باید از روش B استفاده کرد.

مقدار خالص تراست محوری وارده از تفاضل تراست محوری وارد بر شرود جلو و تراست محوری وارد بر شرود عقب حاصل می شود:

$$F_{HY} = F_{RS} - F_{FS}$$

در بعضی از موارد جهت ساده کردن روابط ضریب دوران در شرود جلو و عقب برابر فرض می شود. با این فرض رابطه ی ساده شده برای محاسبه ی تراست محوری به صورت زیر است:

$$F_{HY} = \frac{\pi}{4} (d_{sp}^2 - d_D^2) \left\{ \Delta p_{La} - \frac{\rho}{2} \overline{k^2} u_2^2 \left(1 - \frac{d_{sp}^2 + d_D^2}{2d_2^2} \right) \right\}$$

در رابطه ی فوق d_{sp} قطر آب بند حلقوی، d_D قطر آب بند شفت و d_2 قطر خارجی پره است.

بنا بر قانون بقای ممنتوم نیروی محوری وارد بر پره از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$F_1 = \rho Q (c_{1m} - c_{2m} \times \cos \varepsilon_2)$$

که در آن ε_2 زاویه ی بین خط جریان متوسط خروجی از پره و محور روتور است. برای پره های شعاعی مقدار این پارامتر ۹۰ درجه است.

از طرفی نیروی محوری نامتعادل وارد بر شفت در هر نوع پمپ به صورت متفاوتی محاسبه می شود. در پمپ های OH یک طبقه که در شکل ۱ نشان داده شده است مقدار این نیرو برابر است با:

$$F_w = \frac{\pi}{4} d_D^2 (p_{amb} - p_1)$$

در نتیجه نیروی برآیند محوری وارد بر روتور از جمع نیروهای مذکور به دست می آید:

$$F_{ax} = F_{HY} - F_1 + F_w + F_{coupl}$$

در پمپ های چند طبقه برآیند نیروهای محوری در هر طبقه به صورت جداگانه محاسبه شده و در انتها با یکدیگر جمع می شوند. توضیح دیگر پیرامون F_{coupl} اینکه اگر کوپلینگ مورد استفاده قابلیت انتقال نیروی محوری را داشته باشد این ترم وارد محاسبات می شود و در غیر این صورت از آن صرف نظر می شود. نیرو در جهت نازل مکش مثبت علامتگذاری می شود. اگر فشار مکش بیشتر از فشار محیط باشد، ترم F_w منفی می شود و منجر می شود که در پمپ های OH بار از روی یاتاقان ها برداشته شود.

نکته ای که در کنار تمامی مطالب فوق بسیار حائز اهمیت است، وجود نامعینی های بسیار در محاسبات نیروی محوری است. زیرا مقادیر زیر را نمی توان با اطمینان مشخص کرد:

۱. جریان دورانی ورودی (K_E) به فاصله ی کناری پره
۲. اتلافات پره و در نتیجه مقدار p_2
۳. ضرایب دوران K_{FS} و K_{RS} و مقدار نشتی
۴. تفاوت احتمالی بین مقادیر p_{2FS} و p_{2RS} در پمپ هایی با پره شعاعی و سرعت مخصوص بالا و پمپ های نیمه جریان محوری

۵. تolerانس های هندسی مانند لقی آب بند حلقوی، موقعیت روتور محوری و تolerانس های ناشی از ریخته گری پره
بین موارد فوق، مورد اول مهمترین نامعینی است زیرا توزیع سرعت در خروجی پره نامشخص بوده و تاثیر بازگردش در حالت بار جزئی بیشتر می شود. به دلیل همین نامعینی ها ضرایب اطمینانی برای نیروی محوری در نظر گرفته می شود تا یاتاقان ها جوابگوی نیرو باشند. با توجه به نامعینی های موجود و وجود این امکان که بعضی از پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه ی نیروی

محوری در دسترس نباشند روابطی جهت تخمین نیروی محوری ارائه شده است که به صورت طبقه بندی شده در جدول ۲ موجود است.

جدول ۲

نوع پمپ	رابطه تخمینی	توضیحات
پمپ های شعاعی و نیمه محوری	$F_{ax} = (0.7 \text{ to } 0.9) \rho g H_{tot} \frac{\pi}{4} (d_{sp}^2 - d_D^2)$	-
پمپ های دارای سوراخ توازن روی پره	$F_{ax} = (0.1 \text{ to } 0.2) F_{Hy} - F_1 + F_W + F_{coupl}$	-
پمپ های دو ورودی	$F_{ax} = f_{ax} \rho \frac{u_2^2}{2} (d_2^2 - d_{sp}^2)$	برای نیروهای پایا $0.01 \text{ to } 0.02$
		برای نیروهای ناپایا $0.02 \text{ to } 0.06$
پمپ های نیمه جریان محوری (بسته)	$F_{ax} = f_{ha} \rho g H \frac{\pi}{4} (d_{sp}^2 - d_D^2)$	$f_{ha} = \left(\frac{n_q}{n_{q,ref}} \right)^{0.17}$ ($n_{q,ref} = 220$)
پمپ های نیمه جریان محوری (باز)	$F_{ax} = f_{ha} \rho g H \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_D^2)$	$f_{ha} = \left(\frac{n_q}{n_{q,ref}} \right)^{0.28}$ برای ($n_{q,ref} = 220$) $n_q < 200$
پمپ های جریان محوری	$F_{ax} = (1 \text{ to } 1.1) \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_n^2) \rho g H$	-

۲. تراست شعاعی

مشخص کردن مقدار نیروی شعاعی وارد بر پره برای محاسبه بار یاتاقان ها، تنش های وارد بر شفت و تغییر شکل آن لازم است. اصولاً نیروهای شعاعی هنگامی به وجود می آیند که توزیع مؤلفه ی محیطی فشار استاتیکی در خرجی پره (p_2) به صورت غیر یکنواخت باشد. نامتقارن بودن جریان در کلکتور در کنار عدم تقارن چرخشی جریان ورودی به پره باعث این پدیده می شود.

از آنجا که توزیع فشار در خروجی پره ناپایاست، مجموع آن روی محیط پره یک میانگین زمانی دارد که به آن تراست شعاعی استاتیکی می گویند. از طرفی به طیف مؤلفه های نیروی ناپایای شعاعی تراست شعاعی دینامیکی می گویند. نیروهای شعاعی ناشی از توزیع وابسته به زمان فشار در خروجی پره تحت تاثیر عوامل فیزیکی متعددی قرار دارند:

نیروهای تحریک با مؤلفه های استاتیکی و دینامیکی که از ارتعاشات روتور مستقل هستند:

- جریان غیریکتا در کلکتور که به عرض خروجی پره و به تصویر شرود وارد می شود مگر اینکه نیروهای مذکور بر محور روتور قائم باشند.
- جریان های غیریکتا در فاصله کناری پره که می تواند ناشی از توزیع غیریکنواخت فشار در کلکتور باشد. علاوه بر این عدم تقارن در نشتی دو طرف پره نیز از دیگر عوامل است که ناشی از لنگ زدن احتمالی آب بند حلقوی است.
- اگر پره در حالتی دوران کند که به علت تغییر شکل شفت، آب بند حلقوی دچار لنگی شده باشد (مثلا هنگامی که در اثر وزن شفت شکم کرده است) توزیع فشار در آب بند غیریکنواخت می شود و در نتیجه یک نیروی استاتیکی در آب بند حلقوی ایجاد می شود.

نیروهای عکس العملی ناپایا که ناشی از ارتعاشات روتور است:

- برهم کنش هیدرولیکی پره
 - نیروهای آب بند حلقوی
- جداسازی این اثرات برای محاسبه ی نیروی شعاعی کار ساده ای نیست. زیرا هیچ کدام به صورت دقیق از یک تابع تئوری پیروی نمی کنند و برای محاسبه ی آنها نیاز به مدل سازی سه بعدی جریان در پره و کلکتور است که خود هزینه بر است. لذا استفاده از ضرایب تخمینی برای محاسبه ی تراست شعاعی متداول است که از اندازه گیری های تجربی و داده های آماری به دست می آید.
- بیشتر ضرایب معرفی شده برای پره هایی با آب بند حلقوی می باشند و تمامی تاثیرات ذکر شده را شامل می شوند که دو نمونه از آنها در زیر آورده شده است:

$$k_R = \frac{F_R}{\rho g H d_2 b_{2tot}}$$

$$k_{Ru} = \frac{2 F_R}{\rho u_2^2 d_2 b_{2tot}}$$

در واقع تفاوت بین این دو ضریب در اعمال ضریب فشار است. یعنی:

$$k_{Ru} = \Psi \times k_R$$

در روابط فوق F_R نیروی تراست شعاعی و b_{2tot} ضخامت پره در خروجی با در نظر گرفتن ضخامت دیواره های عقبی و جلویی شرود است.

همچنین k_R را می توان از رابطه ی زیر نیز به دست آورد:

$$k_R = \frac{\Delta p_{La}}{\rho g H}$$

که در آن Δp_{La} تفاوت فشار متوسطی است که روی صفحه ی تصویر شده ی $d_2 \times b_{2tot}$ اعمال می شود.

در تمامی مواردی که از ضریب k_R استفاده شده است، منظور ضریب تراست شعاعی استاتیکی پایا است مگر اینکه زیروند dyn به نشانه ی ضریب تراست شعاعی دینامیکی یا زیروند tot به نشانه ی ضریب تراست مجموع وجود داشته باشد. از آزمایشات تجربی اینگونه بر می آید که ضریب تراست شعاعی مستقل از سرعت روتور یا رینولدز جریان است. همچنین برای پمپ های مشابه از نظر هندسی، اندازه ی پره تاثیری بر مقدار ضریب تراست شعاعی ندارد. در واقع برای پمپی مشخص، مقدار این ضریب وابسته به مقدار دبی مخصوص (q^*) است.

روش های متنوعی جهت محاسبه ی مقدار تراست شعاعی معرفی شده است که در زیر به برخی از آنها مختصراً پرداخته شده است:

❖ انتگرال گیری از توزیع فشار

نیروی شعاعی را می توان با انتگرال گیری از توزیع فشار روی محیط در خروجی پره به وسیله ی فشار سنج در محفظه ی پمپ به دست آورد. استفاده از فشارسنج روی دیواره ی محفظه ی پمپ بسیار ساده است و نیاز به وسیله ی دیگری نیست. دقت این روش به تعداد فشار سنج های نصب شده روی دیواره وابسته است.

❖ اندازه گیری نیروهای یاتاقان

در بیشتر مواقع، نیروهای یاتاقان توسط کشش سنج ها یا نیروسنج ها اندازه گیری می شوند. کشش سنج ها به دسته های یاتاقان^۲ ها متصل می شوند. دسته ها باید آنقدر ارتجاع پذیر باشند که به کشش سنج های متصل به خود کشش الاستیک کافی را اعمال کنند تا نیروی شعاعی با دقت بالا اندازه گیری شود. اینگونه دسته هایی فرکانس های ویژه اجزای تست را کاهش می دهند، در نتیجه سرعت تست باید به گونه ای انتخاب شود که به دلیل رزونانس نتایج خلاف واقع گزارش نشود. این امر با نصب یک ناتوازی مکانیکی معلوم به جای پره قابل اجرا است. به گونه ای که در دامنه ای که نیرو با مربع سرعت متناسب است رزونانس اتفاق نیفتاده و نتیجه ی تست قابل قبول است.

با اندازه گیری نیروی وارد بر یاتاقان برآیند نیروهای وارد بر روتور مشخص می شود. اینکه تراست شعاعی از نیروهای ایجاد شده توسط آب بند قابل تمایز باشد ممکن نیست و در نتیجه تراست محوری با استفاده از مشخصه های آب بند حلقوی، لقی و سطح آب بند مشخص می شود.

❖ اندازه گیری خمشی شفت

اگر به وسیله ی ادوات سنجش، مقدار خمشی شفت اندازه گیری شود با استفاده از آن و با در نظر گرفتن خمز آن در اثر وزن روتور می توان مقدار تراست شعاعی را به دست آورد. برای در نظر گرفتن خمز استاتیکی باید تست کالیبره شود و به همین منظور می توان از ناتوازی مکانیکی با محاسبه ی وزن مرده استفاده کرد. در این روش نیز کالیبره کردن سیستم به صورت دینامیکی جهت جلوگیری از وقوع رزونانس ضروری است. این روش چندان دقیق نیست.

² Bearing brackets

❖ اندازه گیری تنش های وارد بر شفت

برآیند تمامی نیروها و ممنتوم های ناشی از پره و آب بند را می توان با نصب یک کشش سنج در نزدیکی پره ی آویخته بر روی شفت اندازه گیری کرد. این روش بسیار سخت و پرهزینه است و به همین دلیل از آن تنها در مواردی استفاده می شود که تمرکز بررسی ها بر روی نیروهای ناپایا باشد. کالیبره کردن این تست به وسیله ی ناتوازی مکانیکی انجام می پذیرد. همچنین به دلیل اجتناب از رزونانس، باید تمامی مشخصه های دینامیکی اجزای تست بررسی شود.

❖ اندازه گیری نیروهای به وسیله ی یاتاقان های مغناطیسی

از یاتاقان های فعال مغناطیسی جهت اندازه گیری نیروهای وارد بر روتور می توان استفاده کرد. این روش بدین گونه است که دو میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط آهنربای الکتریکی روی روتور متمرکز می شود. جریان الکتریکی در آهن ربا به گونه ای تنظیم می شود که روتور در موقعیت مرکزی خود قرار گیرد. مقدار نیروی یاتاقان ها از اندازه گیری شدت جریان و همچنین مقدار هوای میان آهن ربا و روتور به دست می آید. مزیت این روش این است که پمپ تحت تست را می توان به گونه ای ساخت که سختی لازم برای اجتناب از رزونانس را دارا باشد.

برای درک بهتر ماهیت تراست شعاعی، به بررسی مکانیزم فیزیکی پدید آورنده ی این نیرو در یک پمپ تک حلزونی پرداخته می شود:

در پمپ های تک حلزونی توزیع فشار و شرایط جریان در سه حالت امکان پذیر است:

۱. در نزدیکی نقطه ی بهترین عملکرد (BEP) زاویه ی جریان در خروجی پره تقریباً با زاویه ی α_2 (زاویه ی کاتواتر) برابر است. از این رو کاهش شتاب جریان با دقت زیادی از قانون بقای ممنتوم تبعیت می کند و توزیع فشار یکنواخت است مگر در نزدیکی کاتواتر که به دلیل اغتشاشات محلی این رژیم به هم می خورد. هنگامی که پمپ در نقطه BEP خود کار می کند، فشار استاتیکی در محیط پره نوسانات کمی دارد و این باعث می شود که برآیند نیروهای شعاعی در این حالت بسیار کوچک باشد (در واقع اگر کاتواتر را بسیار نازک در نظر بگیریم برآیند نیروها صفر می شود).

۲. در بار جزئی ($q^* \ll 1$) در تمامی نقاط محیطی مساحت جریان بسیار بزرگ است. جریان خروجی از پره با سرعت مطلق C_2 دچار کاهش سرعتی می شود تا سرعت جریان را به سرعت میانگین حلزونی C_{sp} برساند. سرعت میانگین حلزونی برابر است با:

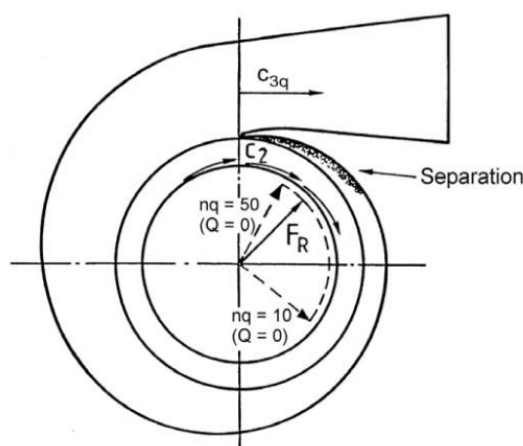
$$C_{sp} = \frac{Q}{A}$$

که در آن A نشاندهنده ی مساحت حلزونی در محل مورد نظر است.

با فشار استاتیکی از فشار مینیموم در پایین دست جریان کاتواتر تا فشار ماکزیمم در نواحی نزدیک گلویی افزایش می یابد تا سرعت جریان از C_2 به C_p برسد. در دبی های بسیار کم (دبی های نزدیک $Q=0$) تفاوت میان دو سرعت مذکور بسیار است و خروج جریان از پره و ورود به حلزونی مانند ورود یک جت به محفظه بزرگ است. از طرفی به دلیل

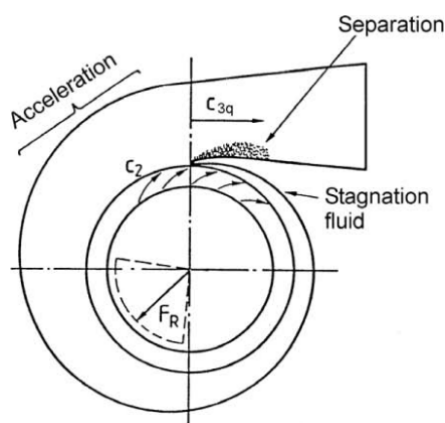
چرخش پره با وجود دبی کم (حتی دبی صفر) سیال نمی تواند بی حرکت بماند و در نتیجه جریان در محفظه می چرخد. کاتواتر مانع این چرخش می شود و جدایش جریان سبب افزایش مینیموم فشار می شود.

هنگامی که پمپ در حالت بار جزئی کار می کند، نوسانات بسیار شدید فشار در محیط پره به وجود می آید. این نوسانات شدید منجر به نیروی شعاعی بزرگی می شود که در حالت دبی $Q=0$ بیشترین مقدار خود را دارد. به دلیل جدایش جریان، مقدار فشار بلافاصله در پایین دست کاتواتر کمتر از این مقدار برای داخل حلزونی است. در نتیجه جهت نیروی شعاعی به سوی این مکان این فشار مینیموم هدایت می شود. برای درک بهتر عبارات فوق به شکل ۴ توجه شود.



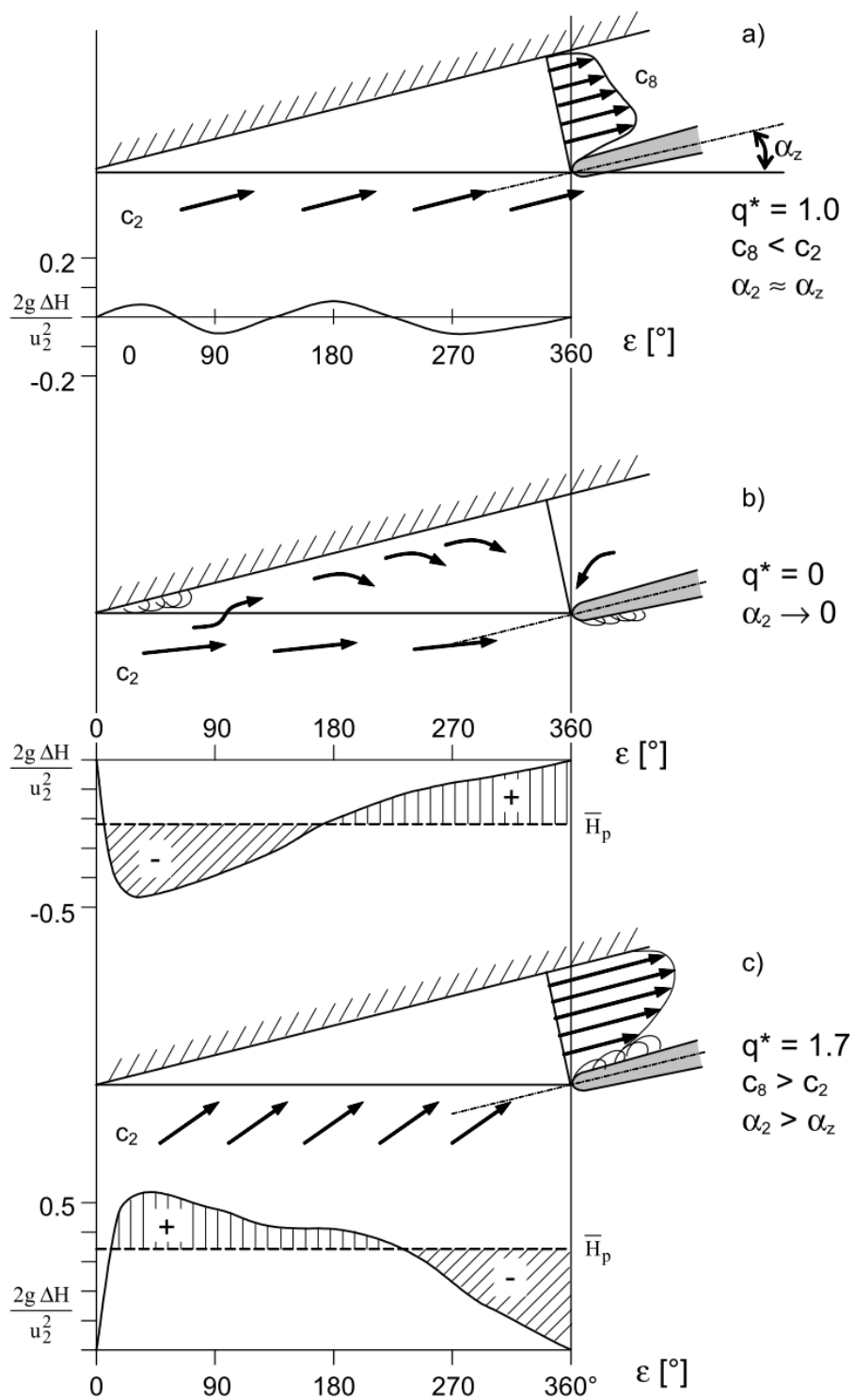
شکل ۴

۳. در دبی های بالا ($q^* \gg 1$) سطح مقطع حلزنی کوچک است و در نتیجه جریان در پایین دست پره جران می گیرد. به دلیل بزرگی زاویه ی حمله جریان به کاتواتر، در نازل تخلیه جدایش جریان اتفاق می افتد. پایین دست کاتواتر نقطه ی سکونی به وجود می آید که فشار ماکزیمم در این محل وجود دارد. بردار نیروی شعاعی برآیند به سمت مخالف این نقطه هدایت می شود. به شکل ۵ توجه شود.



شکل ۵

نمودارهای مربوط به سه حالت بحث شده در فوق در شکل ۶ آورده شده است.



شکل ۶

برای محاسبه ی تراست شعاعی با توجه به نوع پمپ روابطی معرفی شده است. جدول ۳ و شکل های ۷ و ۸ برای استفاده از این روابط مفیدند.

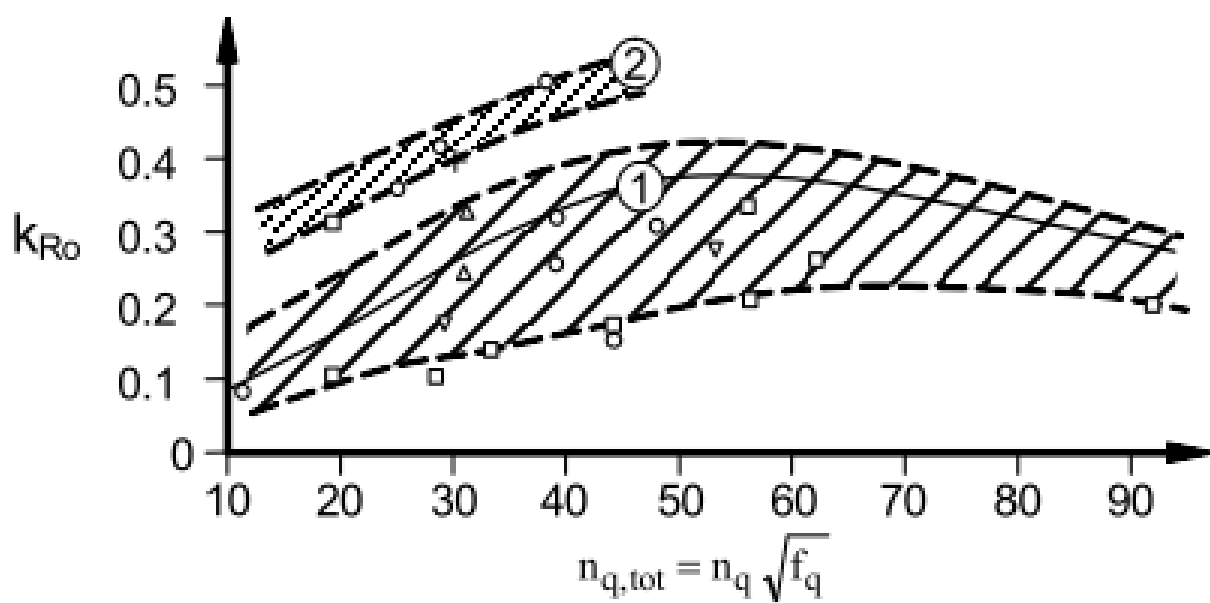
جدول ۳

نیروی شعاعی			
نیروهای شعاعی پایا			
تک حلزونی	$q^* = 0$	K_{R0} از شکل ۷ به دست می آید	
	$0 < q^* < 1$	$K_R = (K_{R0} - K_{R,opt})(1 - q^{*2}) + K_{R,opt}$	
	$q^* = 1$	$K_{R,opt} = 0.03 \text{ to } 0.08$	
	$q^* > 1$	$K_R = 0.09 q^{*2}$	
دو حلزونی	$K_{R,Dsp} = F_{Dsp} K_{R0}$	$F_{Dsp} = (1.75 - 0.0083 \varepsilon_{sp}^0)$ از شکل ۸ به دست می آید	
حلزونی دوقلویی	$K_{R,Zsp} = (0.3 \text{ to } 0.5) K_{R,Dsp}$		
محفظه حلقوی	$K_R = K_{Ro}(1 + q^* + a q^{*2})$	$K_{Ro} = 0.03 \text{ to } 0.1$	a وابسته به هندسه پمپ است
دیفیوزر	$q^* = 0; K_{Ro} = 0.02 \text{ to } 0.09$		$q^* = 1; K_{R,opt} = 0.01 \text{ to } 0.06$
نیروهای شعاعی ناپایا		$q^* < 0.5$	$q^* = 1$
تمامی انواع حلزونی ها و محفظه حلقوی		$K_{R,dyn} = 0.07 \text{ to } 0.012$	$K_{R,dyn} = 0.01 \text{ to } 0.05$
دیفیوزر		$K_{R,dyn} = 0.04 \text{ to } 0.016$	$K_{R,dyn} = 0.01 \text{ to } 0.09$
پمپ های جریان محوری			
$F_R = K_{R,D} \rho g H d_2^2$		نیروی پایا و $q^* < 1.2$: $K_{R,D} = 0.02$	نیروی ناپایا : $K_{R,D} = 0.01$

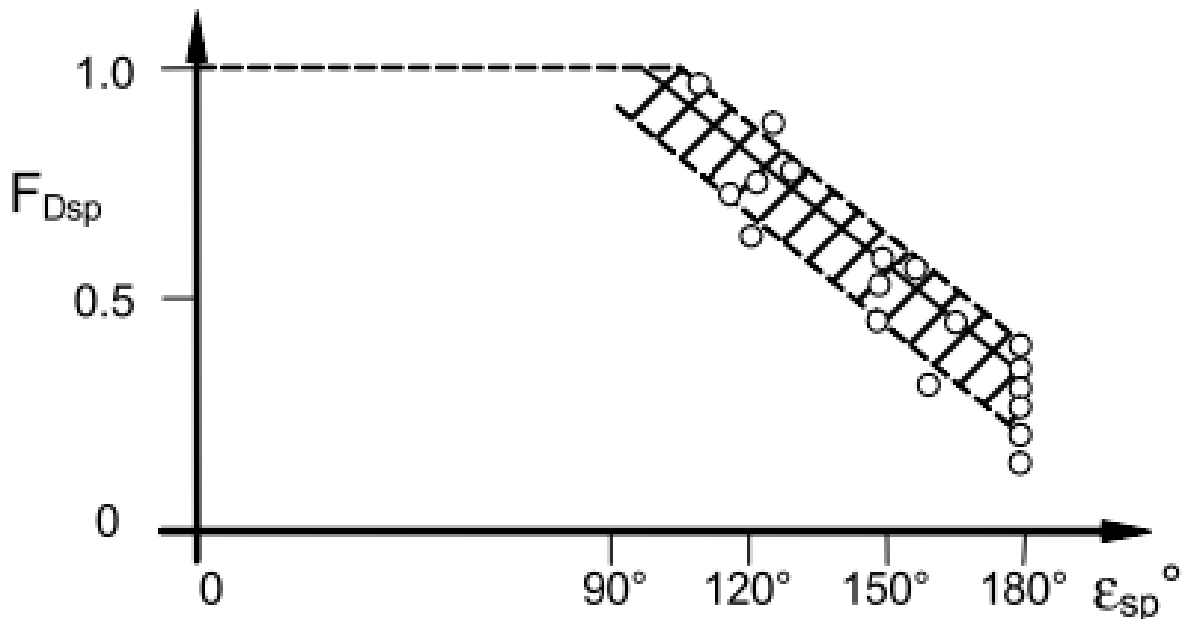
توضیحات ضروری پیرامون شکل ۷:

- منحنی ۱ مربوط به لقی آب بند با توجه به معادله ی زیر است:

$$\frac{\Delta d}{d_{sp}} = 0.004 \left(\frac{100}{d_{sp}} \right)^{0.53} \quad (d \text{ (mm)})$$
- منحنی ۲ مربوط به لقی آب بند دوپل است.
- برای پره های تک ورودی $f_q = 1$ و برای پره های دو ورودی $f_q = 2$ می باشد.



شکل ۷



شکل ۸

برای محاسبه ی نیروهای هیدرولیکی وارد بر پمپ مورد نظر با توجه به مطالب بیان شده، می توان نیروهای تراست و شعاعی را با توجه به پارامترهای طراحی شده در بخش طراحی هیدرولیکی تعیین کرد. ابتدا نیروی تراست (محوری) محاسبه می شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{ax} = F_{HY} - F_1 + F_w + F_{coupl} \\ F_{HY} = \frac{\pi}{4} (d_{sp}^2 - d_D^2) \left\{ \Delta p_{La} - \frac{\rho}{2} \overline{k^2} u_2^2 \left(1 - \frac{d_{sp}^2 + d_D^2}{2d_2^2} \right) \right\} \\ F_1 = \rho Q (c_{1m} - c_{2m} \times \cos \varepsilon_2) \\ F_w = \frac{\pi}{4} d_D^2 (p_{amb} - p_1) \\ F_{coupl} \approx 0 \end{array} \right.$$

مقدار نیروی محوری کوپلینگ صفر فرض شد زیرا با استفاده از کوپلینگ های انعطاف پذیر مقدار این نیرو بسیار کم است. اندازه سایر نیروهای محوری نیازمند معلوم شدن برخی از پارامترها است که مطابق زیر محاسبه می شود:

$$d_{sp} = d_0 + 2\delta_r + 2\delta_w = 123.4 + 8 + 40 = 171.4 \text{ mm} \approx 170 \text{ mm}$$

در عبارت فوق اندازه های ارائه شده به ترتیب قطر رینگ سایشی، قطر چشمه، ضخامت رینگ و ضخامت دیواره است که دوتای آخری به صورت تقریبی قرار داده شده و به همین دلیل در انتها اندازه به دست آمده قابل گرد کردن است. اندازه قطر آب بند شفت نیز به صورت تقریبی ۱۰۷ میلیمتر فرض می شود.

همچنین:

$$\Delta p_{La} = \eta_{h,La} \frac{\rho}{2} (u_2^2 - w_2^2 + c_1^2) = 0.866 \times \frac{840}{2} \times (23.7^2 - 9.14^2 + 14.79^2) = 0.25 \text{ MPa}$$

مقدار متوسط k را می توان با رابطه زیر تخمین زد:

$$k = \frac{c_{u2}}{u_2} = \frac{14.7}{23.7} = 0.62$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{ax} = F_{HY} - F_1 + F_w + F_{coupl} \\ F_{HY} = \frac{\pi}{4} (0.17^2 - 0.107^2) \left\{ (0.25 \times 10^6) - \frac{840}{2} \times 0.62^2 \times 23.7^2 \times \left(1 - \frac{0.17^2 + 0.107^2}{2 \times 0.313^2} \right) \right\} = 986.96 \text{ N} \\ F_1 = \rho Q (c_{1m} - c_{2m} \times \cos \varepsilon_2) = 840 \times \frac{100}{3600} (4.09 - 1.62 \times 0.59) = 73.13 \text{ N} \\ F_w = \frac{\pi}{4} d_D^2 (p_{amb} - p_1) = \frac{\pi}{4} \times 0.107^2 \times (101325 - p_1) \\ F_{coupl} \approx 0 \end{array} \right.$$

شایان ذکر است که مقدار p_1 پیش از ساخت و راه اندازی پمپ قابل تعیین نیست و به همین منظور از ۶ تا ۱۰ بار متغیر فرض می شود. با این فرض مقدار نیروی F_w در بازه ۴۴۸۴ تا ۸۰۸۱ نیوتون قرار خواهد گرفت که با توجه به جهت آن نیروی محوری کل در بازه ۳۵۷۰ تا ۷۱۶۷ نیوتون قرار خواهد گرفت. با افزایش فشار تا ۲۰ بار مقدار نیروی محوری به مقدار ۱۷۹۸۶ نیوتون می رسد.

برای محاسبه نیروی شعاعی وارد بر پره، باید از رابطه زیر استفاده کرد:

$$F_R = K_R \rho g H d_2 b_{2tot}$$

با فرض عملکرد پمپ در بدترین شرایط و در دبی صفر می توان از نمودار شکل ۷ مقدار K_{R0} را محاسبه کرد. شایان ذکر است که سرعت مخصوص قبلا محاسبه شده و مقدار آن ۱۸/۸۵ به دست آمد. با این مقدار ضریب حدودا ۰/۲ است

$$F_R = K_{R0} \rho g H d_2 b_{2tot} = 0.2 \times 840 \times 9.81 \times 30 \times 0.312 \times 0.02 = 308.5 \text{ N}$$

تحلیل دینامیکی

مقدمه

پس از طراحی هیدرولیکی پمپ و پیش از طراحی مکانیکی آن لازم است که تحلیل دینامیکی مربوط به آن انجام پذیرد. تحلیل دینامیکی به معنای به دست آوردن سرعت بحرانی و همچنین جابجایی های عمودی هر نقطه از شفت است. دلیل اولویت تحلیل دینامیکی به طراحی مکانیکی پمپ، تعیین اندازه های اجزای مکانیکی با توجه به سرعت بحرانی در جهت اجتناب از رزونانس است.

سرعت بحرانی شفت

برای تحلیل رفتار ارتعاشی پمپ ها، باید به بررسی رفتار ارتعاشی شفت پرداخته شود. یک شفت تحت دو نوع ارتعاش قرار می گیرد:

۱. ارتعاش پیچشی
۲. ارتعاش خمشی

در حوزه ی ارتعاشات خمشی، پارامتر مهمی در طراحی وجود دارد که سرعت بحرانی نامیده می شود. سرعت بحرانی، سرعتی است که در آن فرکانس دوران برابر با فرکانس طبیعی خمشی می شود. همانطور که از اسم این پارامتر پیداست، کارکرد پمپ در این سرعت مجاز نیست و باعث رزونانس می شود لذا معمولاً محدوده ی کاری پمپ را طوری انتخاب می کنند که شامل سرعت بحرانی نشود.

اگر محدوده ی سرعت بحرانی کوچک باشد، محدوده ی عملکرد پمپ بعد از سرعت بحرانی انتخاب می شود و شفت را انعطاف پذیر می نامند. اگر محدوده سرعت بحرانی بزرگ باشد، محدوده عملکردی پمپ قبل از آن انتخاب می شود و شفت را صلب می نامند.

پیش از بررسی سرعت بحرانی در شفت ها توضیح کوتاهی پیرامون خیز شفت داده می شود. دو نوع خیز شفت وجود دارد:

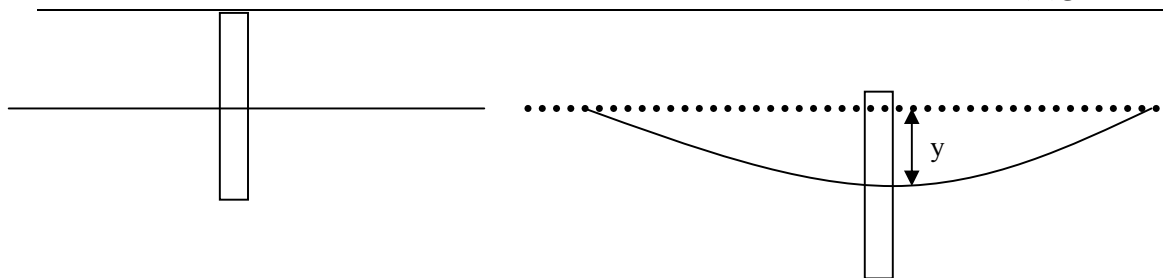
۱. خیز استاتیکی
۲. خیز دینامیکی

خیز استاتیکی ناشی از وزن شفت و سایر ادواتی است که به آن متصل است. مثلاً در کاربرد پمپ ها، وزن روتور یکی از عوامل اصلی خیز استاتیکی در پمپ های افقی است. خیز دینامیکی ناشی از دوران نیروی گریز از مرکزی است که ناشی از عدم بالانس روتور است.

در زیر انواع مدل های ارتعاشاتی شفت و روتور بررسی می شود:

❖ شفت بی وزن + پروانه

در شکل ۱ هندسه ی این مدل نشان داده شده است.



شکل ۱

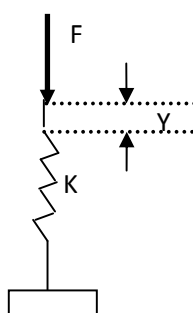
همانطور که در شکل فوق مشخص است، فرض شده که مرکز دوران بر مرکز جرم منطبق باشد. در این شرایط نیروی گریز از مرکز حاصل برابر است با:

$$F = M y \omega^2$$

حال اگر سیستم نشان داده شده در شکل ۱ را با سیستم فنر شکل ۲ مدل کنیم، خواهیم داشت:

$$F = ky$$

که در آن k ضریب سختی فنری است که مجموعه ی شفت بی وزن و پروانه با آن مدل شده است.



شکل ۲

با معادل قرار دادن دو رابطه ی فوق مقدار خیز سرعت دورانی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

سئوالی که ممکن است مطرح شود این است که سرعت دورانی به دست آمده چرا سرعت بحرانی است؟ در پاسخ باید گفت که شرایطی که دو نیروی نام برده برابر می شوند شرایط تعادل خنثی است. یعنی هرگونه نیروی کوچک دیگری به سیستم وارد شود، سیستم از حالت پایداری خارج می شود و خیز شفت بسیار زیاد شده و می شکند. در واقع تنها در این حالت است که نیروهای گریز از مرکز با الاستیک شفت خنثی می شود.

رابطه ی عمومی برای تمامی حالات معادله ای به صورت زیر خواهد بود:

$$y = \frac{\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2}$$

با استفاده از معادله ی فوق به راحتی می توان نتایج زیر را برداشت کرد:

۱. اگر سرعت کاری بزرگتر از سرعت بحرانی باشد، خیز تیر منفی خواهد شد.
۲. اگر سرعت کاری کوچکتر از سرعت بحرانی باشد، خیز تیر مثبت خواهد بود.
۳. در حالت اول، با افزایش سرعت دورانی خیز تیر به مقدار صفر میل می کند. به عبارت دیگر تیر خود را در حالت توازن حفظ می کند.
۴. در حالت دوم، با افزایش سرعت دورانی، خیز تیر به بی نهایت میل می کند. به عبارت دیگر تیر به حالت شکست نزدیک می شود.

از طرفی می دانیم که خیز استاتیکی ناشی از وزن از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$W = k y_0$$

با استفاده از این رابطه مقدار k از خواص الاستیکی شفت به دست می آید:

$$k = \frac{W}{y_0}$$

با جاگذاری مقدار k در رابطه ی سرعت بحرانی داریم:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{W}{y_0}}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{m \cdot g}{y_0}}{m}} = \sqrt{\frac{g}{y_0}}$$

لذا با داشتن خیز استاتیکی می توان سرعت بحرانی را تعیین کرد.

❖ شفت بی وزن + چند پروانه

برای مدل کردن این حالت نیز از همان اصول قبلی استفاده می شود. در کل، برای مدل کردن سیستم می توان از بارگذاری های مختلف روی تیرها استفاده کرد. به این وسیله سختی تیر به دست آمده و محاسبه ی سرعت بحرانی کاری ساده خواهد بود.

در جدول ۱ برای سهولت حالات معمول بارگذاری تیر آورده شده است. هر چه تعداد پروانه ها بیشتر باشد تعداد سرعت بحرانی بیشتر خواهد بود. دو پروانه دو سرعت بحرانی و k پروانه k سرعت بحرانی خواهد داشت.

❖ شفت واقعی (وزن قابل توجه)

تاکنون مطالبی که بیان شد با این فرض بود که شفت وزن قابل توجهی ندارد ولی در واقعیت وزن شفت نیز حائز اهمیت است. با وارد کردن وزن شفت به محاسبات، دیگر مجاز به استفاده از خیز استاتیکی نیستیم. دلیل این محدودیت این است که وزن شفت در یک نقطه وارد نمی شود بلکه به صورت بار گسترده روی شفت توزیع می شود.

برای رفع این محدودیت، ضریب تصحیحی توسط باومن ارائه شده است که رابطه ی سرعت بحرانی را به صورت زیر ارائه می کند:

$$\omega_c = \sqrt{C \frac{g}{y_0}}$$

در رابطه ی فوق y_0 بیشترین خیز استاتیکی شفت می باشد. مقدار C که ضریب تصحیح باومن است همواره در بازه ی ۱ تا ۱/۲۶۸۵ می باشد. در برخی موارد خاص مقدار این ضریب برابر است با:

برای بارگذاری متمرکز : $C=1$

برای شفت وزن دار : $C=1.2685$

برای پمپ های چند طبقه : $C=1.08$

جدول ۱ برای محاسبه ی سرعت مخصوص در بارگذاری های گسترده مفید است.

❖ روش های کلی محاسبه ی سرعت بحرانی

۱. روش رایلی

روش رایلی در واقع روشی مبتنی بر پایداری انرژی است. در این روش ماکزیمم انرژی پتانسیل و ماکزیمم انرژی جنبشی سیستم ارتعاشی محاسبه شده و با برابر قرار دادن مقادیر آنها سرعت بحرانی به دست می آید. اگر اجزای مختلف در نقاط مختلف شفت، نیروهای P_1, P_2 و ... را وارد کنند و در نقاط متناظر خیز y_1, y_2 و ... به وجود آید، برای نیروهای جنبشی و پتانسیل ماکزیمم خواهیم داشت:

$$P.E_{max} = \frac{1}{2} P_1 y_1 + \frac{1}{2} P_2 y_2 + \dots$$

$$K.E_{max} = \frac{1}{2} m_1 y_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 y_2^2 \omega^2 + \dots$$

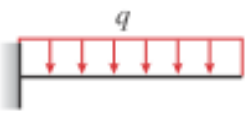
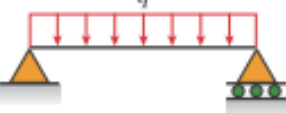
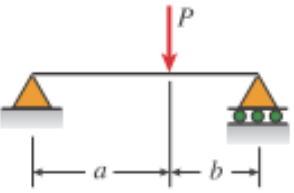
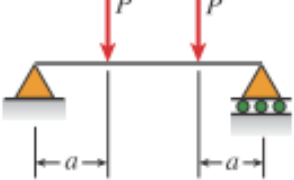
که در آن m جرم هر قطعه است و با توجه به این نکته که نیرو در اثر گرانش آن است می توان نوشت :

$$m_i = \frac{P_i}{g}$$

لذا:

$$K.E_{max} = \frac{1}{2} \frac{P_1}{g} y_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} y_2^2 \omega^2 + \dots$$

جدول ۱

	$\omega_c = \sqrt{\frac{12.4 E I}{q L^3}}$
	$\omega_c = \sqrt{\frac{3 E I}{P L^3}}$
	$\omega_c = \sqrt{\frac{98 E I}{q L^3}}$
	$\omega_c = \sqrt{\frac{3 E I L}{P a^2 b^2}}$
	$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{6 E I}{P a^2 (3L - 4a)}}$ $\omega_{c2} = \sqrt{\frac{6 E I L}{P a^2 (L - 2a)^2}}$

با برابر قرار دادن دو معادله ی انرژی پتانسیل و جنبشی مقدار سرعت بحرانی به دست می آید:

$$K.E_{max} = P.E_{max}$$

$$\frac{1}{2} \sum P_i y_i = \frac{1}{2} \sum \frac{P_i}{g} y_i^2 \omega^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{\sum P_i y_i}{\sum \frac{P_i}{g} y_i^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{g} \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i y_i^2}}$$

در بیشتر مصارف عملی، قطر شفت در نواحی مختلف تغییر می کند. در چنین مواردی، استفاده از این رابطه با جاگذاری جرم هر قسمت و خیز استاتیکی متناظر آن منجر به پاسخی می شود که کوچکتر از سرعت بحرانی واقعی است ولی تقریب خوبی از پاسخ اصلی است.

۲. روش دانکرلی

در روش دانکرلی معادله ی زیر ارائه شده است که به وسیله ی آن سرعت بحرانی محاسبه شود:

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots + \frac{1}{\omega_n^2}$$

که در آن :

ω_c : سرعت بحرانی کل سیستم

ω_s : سرعت بحرانی شفت بدون اعمال هیچ باری

ω_1 : سرعت بحرانی بار شماره ی ۱ بر روی یک شفت بی وزن

ω_2 : سرعت بحرانی بار شماره ی ۲ بر روی یک شفت بی وزن

ω_n : سرعت بحرانی بار شماره ی n بر روی یک شفت بی وزن

حال اگر رابطه ی فوق را در رابطه ی $\omega_c = \sqrt{\frac{g}{y_0}}$ قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{\sum y_i}}$$

همانطور که در جدول ۱ قابل مشاهده است، اگر هر قسمت از شفت را یک شفت جداگانه در نظر بگیریم، خیز هر قسمت از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$y_i = \frac{W_i a_i^2 b_i^2}{3EI L}$$

که در آن W_i بار هر قسمت و b_i و a_i فواصل این بارها تا دو تکیه گاه است. I ممان اینرسی است که از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

که در آن d قطر معادلی است که از رابطه ی زیر نتیجه می شود:

$$d = \frac{\sum d_i L_i}{L}$$

صورت کسر فوق مجموع ضرب قطر در طول هر قسمت است و مخرج کسر طول کل شفت است.

با جاگذاری خیز هر قسمت شفت در معادله ی اصلی، رابطه ی نهایی به صورت زیر به دست می آید:

$$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{3 E I L}{\sum W_i a_i^2 b_i^2}}$$

۳. رابطه ی تخمینی

سرعت بحرانی را می توان با رابطه ی تخمینی زیر تقریب زد:

$$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{C E I g}{W L^3}}$$

برای استفاده از این رابطه باید پارامترهای آن را در واحدهای زیر ارائه کرد:

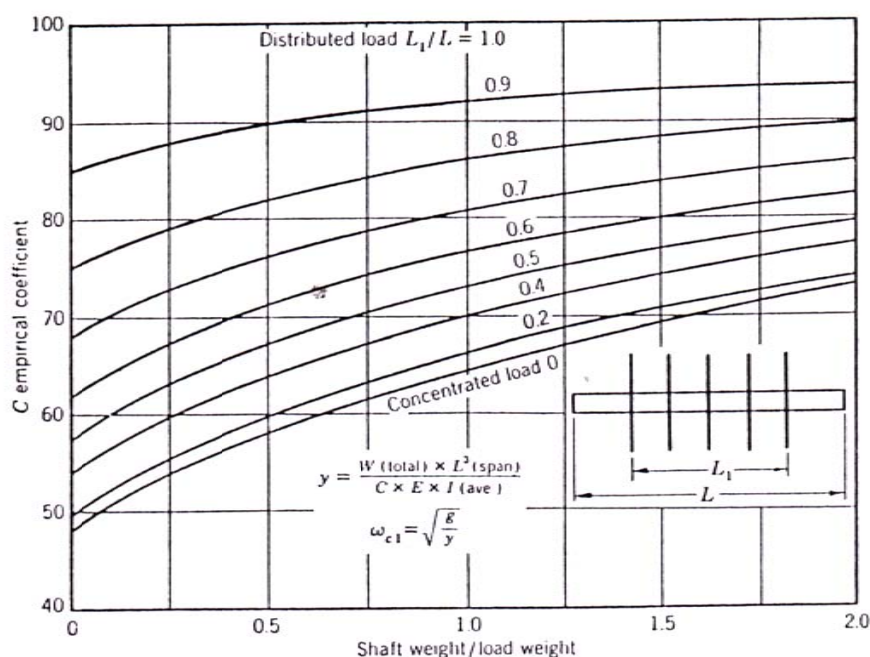
W وزن کل روتور در واحد lb

L فاصله ی دو تکیه گاه ساده در واحد in

E مدول الاستیسیته شفت در واحد lb/in^2

I ممان اینرسی در واحد in^4

برای به دست آوردن مقدار ضریب C به شکل ۳ مراجعه شود.



شکل ۳

همانطور که در ابتدای این مقاله بیان شد، ارتعاشات پیچشی نیز علاوه بر ارتعاشات خمشی حائز اهمیت است. در ارتعاشات پیچشی نیز سرعت بحرانی وجود دارد. در پمپ ها اگر ادوات روی شفت را به دو بخش چرخ و کوپلینگ - موتور تقسیم کنیم (مانند شکل ۴) سرعت بحرانی پیچشی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\omega_c = 60 \sqrt{\frac{I_p E_s (J_1 + J_2)}{J_1 J_2 L}}$$

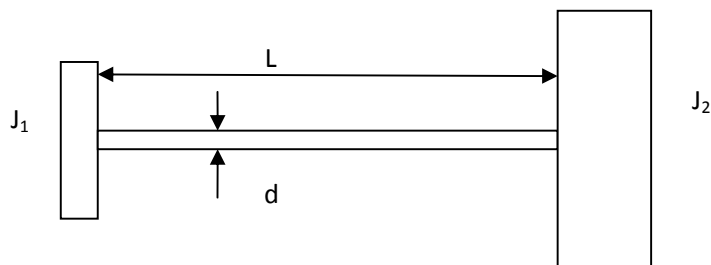
که در آن:

$$I_p = \frac{\pi}{32} d^4 \text{ (in}^4\text{)}$$

$$J_i = \frac{W_i}{g} \bar{R}_i^2$$

$\bar{R}_i$ شعاع ژیراسیون جرم i است. همچنین لازم به ذکر است که E_s مدول الاستیسته ی برشی شفت است. در مواردی که شفت در نواحی مختلف قطرهای مختلفی دارد، می توان از قطر معادل استفاده کرد. پس از استفاده از قطر معادل باید با استفاده از رابطه ی زیر طول را نیز به طول معادل تبدیل کرد:

$$L_{eqi} = \left(\frac{d_e}{d_i}\right)^4 L_i$$



شکل ۴

تعیین سرعت بحرانی شفت برای پمپ مورد نظر

برای تعیین سرعت بحرانی با توجه به اطلاعات به دست آمده از طراحی هیدرولیکی آن و همچنین دسته ای از اطلاعات تخمینی، حدود سرعت بحرانی را تعیین کرده و با سرعت کاری پمپ می‌سنجیم. با توجه به اینکه هنوز طراحی مکانیکی صورت نگرفته است، طول شفت حدوداً ۱ متر فرض می‌شود. جنس شفت فولاد و قطر آن ثابت در نظر گرفته می‌شود. مقدار قطر ثابت با توجه به قطر d_1 پره طراحی شده به روش گولیچ که ۱۱۰ میلی‌متر است، ۱۰۵ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود.

وزن پره و شفت را باید به صورت تقریبی محاسبه کرد. چگالی فولاد $\frac{kg}{m^3}$ ۷۹۰۰ است. لذا برای تعیین وزن شفت باید وزن یک استوانه فولادی را حساب کرد:

$$W_{sh} = \rho g V = \rho g \frac{\pi}{4} d_{sh}^2 \times L$$

$$W_{sh} = 7900 \times 9.81 \times \frac{\pi}{4} \times 0.105^2 \times 1 = 670.72 \text{ N}$$

برای محاسبه وزن پره می‌توان آن را با یک دیسک تو خالی مدل کرد. این دیسک به قطر خارجی ۳۱۳ میلی‌متر، قطر داخلی ۱۱۰ میلی‌متر و پهنای ۲۰ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود. وزن پره برابر است با:

$$W_i = \rho g V = \rho g \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) b_2$$

$$W_i = 7900 \times 9.81 \times \frac{\pi}{4} \times (0.313^2 - 0.11^2) \times 0.02 = 128.35 \text{ N}$$

با در نظر گرفتن وزن شفت و وزن پره مدلی مطابق با شکل ۵ برای این حالت پیشنهاد می‌شود. یک سر درگیر بودن مدل به دلیل OH بودن پمپ، بار توزیعی وزن شفت و بار متمرکز مجموع وزن پره و نیروی شعاعی محاسبه شده در فصل قبل می‌باشد. نمودار ارائه شده در شکل ۵ در واقع ترکیبی از بارگذارهای شکل ۶ است و با استفاده از این شکل و اصل برهم نهی می‌توان سرعت بحرانی را به دست آورد. در واقع روش مورد استفاده همان روش معادله دانکرلی خواهد بود. ابتدا ممان اینرسی شفت را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \times 0.105^4}{64} = 5.96 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

برای بارگذاری اول:

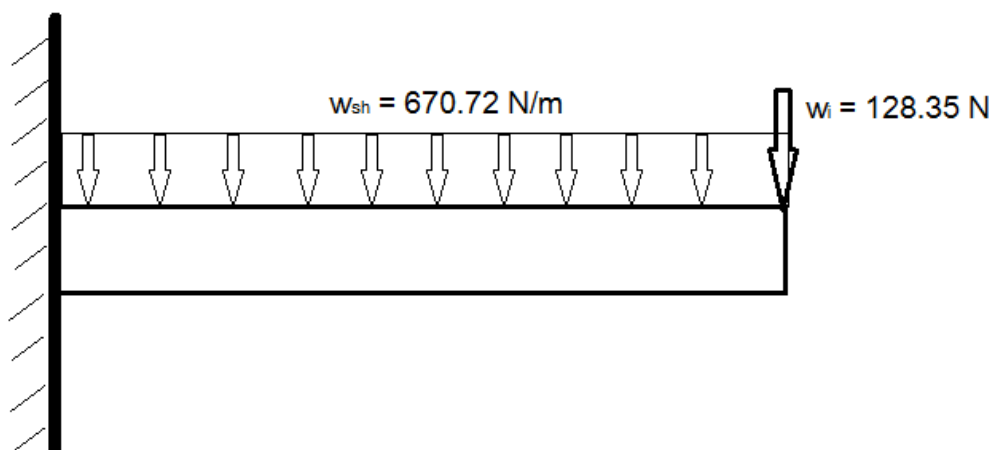
$$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{12.4 \text{ g E I}}{W_{sh} L^3}} = \sqrt{\frac{12.4 \times 9.81 \times 20.7 \times 10^{10} \times 5.96 \times 10^{-6}}{670.72 \times 1^3}} = 473 \frac{\text{Rad}}{\text{s}} = 4517 \text{ rpm}$$

برای بارگذاری دوم:

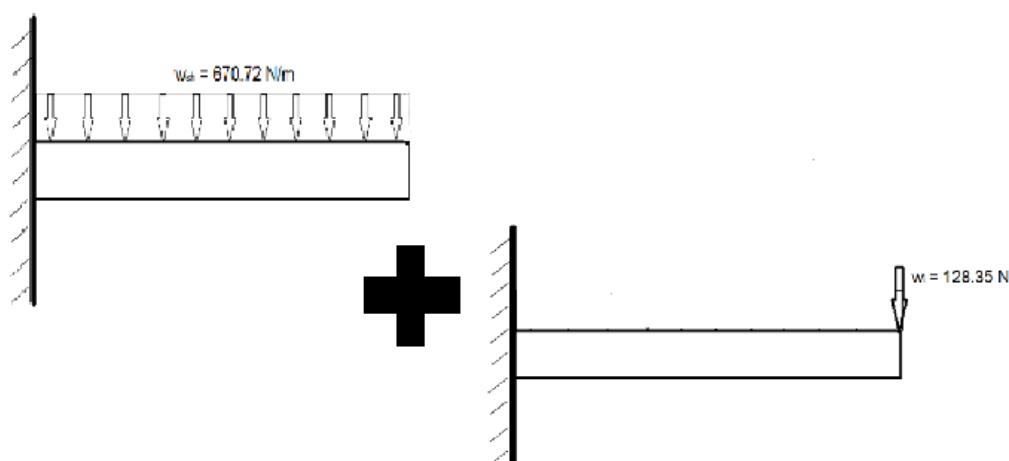
$$\omega_{c2} = \sqrt{\frac{3 \text{ g E I}}{(W_i + F_r) L^3}} = \sqrt{\frac{3 \times 9.81 \times 20.7 \times 10^{10} \times 5.96 \times 10^{-6}}{(128.35 + 308.5) \times 1^3}} = 288 \frac{\text{Rad}}{\text{s}} = 2753 \text{ rpm}$$

سرعت بحرانی کل با استفاده از رابطه دانکرلی:

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_{c1}^2} + \frac{1}{\omega_{c2}^2} = \frac{1}{4517^2} + \frac{1}{2753^2} \rightarrow \omega_c = 2350 \text{ rpm}$$



شکل ۵



شکل ۶

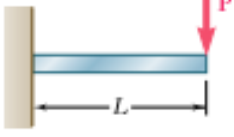
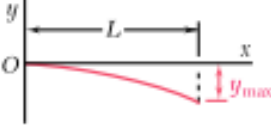
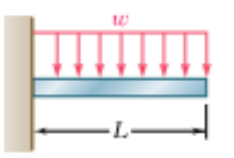
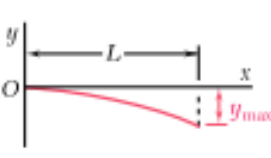
نتیجه نشان می دهد که سرعت بحرانی اول روتور فاصله مناسبی با سرعت کاری پمپ دارد و مشکلی از این بابت ایجاد نخواهد شد. همچنین در برخی منابع ترجیح داده می شود که سرعت کاری کمتر از 0.8 سرعت بحرانی اول باشد. در این حالت این مقدار برابر 1882 دور در دقیقه است که بیشتر از سرعت کاری بوده و از این نظر هم شرایط مناسب است. همچنین ترجیح داده می شود که سرعت کاری پمپ کسر صحیحی از سرعت بحرانی نباشد کسرهای صحیح سرعت بحرانی عبارتند از:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \omega_c &= 1175 \text{ rpm} \\ \frac{1}{3} \omega_c &= 783 \text{ rpm} \\ \frac{1}{8} \omega_c &= 588 \text{ rpm} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot\end{aligned}$$

همانطور که مشاهده می شود سرعت کاری پمپ با سرعت های بالا مطابقت ندارد و از این بابت نیز مشکلی پیش نمی آید.

تعیین حداکثر خیز شفت برای پمپ مورد نظر

همانطور که پیش تر بیان شد، برای تعیین خیز شفت باید خیز را در دو حالت استاتیکی و دینامیکی محاسبه کرده و با هم جمع کرد. با توجه به شکل ۷ می توان به سادگی تغییر مکان های حداکثری را تعیین کرد.

Beam and Loading	Elastic Curve	Maximum Deflection
1 		$-\frac{PL^3}{3EI}$
2 		$-\frac{wL^4}{8EI}$

شکل ۷

$$\delta_1 = -\frac{PL^3}{3EI} = -\frac{(128.35+308.5)\times 1^3}{3\times 20.7\times 10^{10}\times 5.96\times 10^{-6}} = -1.2\times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\delta_2 = -\frac{wL^4}{8EI} = -\frac{\frac{670.72}{1}\times 1^3}{8\times 20.7\times 10^{10}\times 5.96\times 10^{-6}} = -6.8\times 10^{-5} \text{ m}$$

پس:

$$\delta_{tot} = \delta_1 + \delta_2 = 0.18 \text{ mm}$$

همانطور که مشاهده می شود مقدار خیز تیر مقدار بسیار کمی است و مشکلی از این بابت به وجود نمی آید.

طراحی مکانیکی

مقدمه

طراحی مکانیکی یک پمپ شامل طراحی اجزای مکانیکی آن از جمله شفت، کوپلینگ، یاتاقان، تسمه و ... می شود. بعضی از پمپ ها می توانند همه اجزای مذکور را دارا نباشند. به طور مثال برای انتقال قدرت از موتور به پمپ ممکن است از کوپلینگ یا تسمه یا ... استفاده شود. در این بخش به طراحی شفت پمپ و انتخاب یاتاقان مناسب برای آن پرداخته می شود.

شفت^۳ یا محور میله ای با قطرهای مختلف در نواحی مختلف است که با حرکت دورانی خود، حرکت و انرژی را از یک تولید کننده به یک مصرف کننده منتقل می کند. این مصرف کننده معمولا یکی از موارد زیر است:

۱. یک شفت دیگر (معمولا به وسیله ی کوپلینگ)

۲. چرخنده

۳. چرخ زنجیر

۴. پولی تسمه

معمولا روی شفت علاوه بر موارد فوق ادوات دیگری نیز نصب می شوند. از مهمترین آنها می توان به یاتاقان اشاره کرد. به تغییر قطرهایی که در شفت به وجود می آید پله گفته می شود. در واقع در یک شفت طیف قطری از قطر مینیوم تا قطر ماکزیمم وجود دارد که به نواحی مرزی تغییر این قطرها پله می گویند. در شکل ۱ یک شفت با پله های زیاد نشان داده شده است.



شکل ۱

^۳ Shaft

برای طراحی یک شفت نیاز به دانش تحلیل تنش و شکست وجود دارد. برای تحلیل تنش و شکست تئوری های زیادی ارائه شده است که هر کدام شکست را ناشی از یک عامل معرفی کرده اند. در این مقاله تلاش شده است که مختصری از طراحی شفت با تئوری های معمول بیان شود و در انتها روی بهترین آنها تمرکز شود.

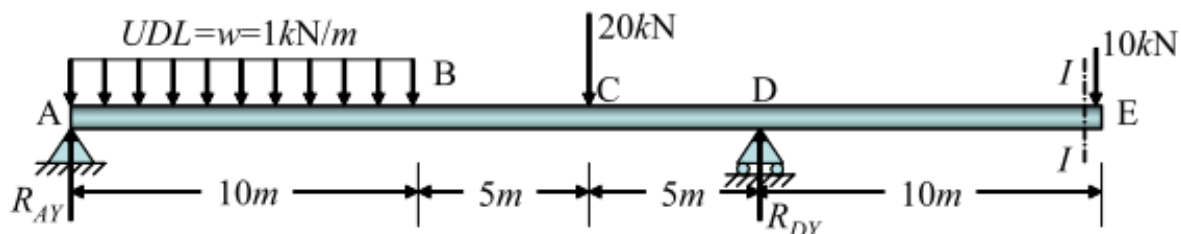
در همه ی روش های طراحی مهمترین بخش طراحی شفت محاسبه ی قطر مینیموم است. قطر مینیموم کمترین اندازه ی قطری است که یک شفت تحت عملکرد مشخص می تواند داشته باشد، بدون اینکه بشکند. معمولاً برای تعیین قطر مینیموم جهت رعایت حاشیه ی امنیت بحرانی ترین نقطه و وضعیت عملکرد شفت را در نظر می گیرند.

همانطور که بیان شد هدف در طراحی شفت تعیین قطر در نقطه ای دلخواه است. به همین منظور مستقل از نوع آنالیز تنش و شکست مورد استفاده قرار گرفته، دو گام اولیه ی زیر باید طی شود:

گام اول) یک شفت حین عملکرد خود تحت دو نوع ممان قرار می گیرد: ممان پیچشی و ممان خمشی. بردار نرمال ممان پیچش در راستای محور شفت و بردار ممان خمشی عمود بر محور شفت است. برای تعیین قطر مناسب شفت در نقطه ی دلخواه O باید مقدار ممان پیچشی و ممان خمشی در این نقطه مشخص باشد. به همین منظور رسم دیاگرام های ممان ضروری به نظر می رسد. پس از رسم دو دیاگرام مذکور مقدار گشتاورهای پیچشی و خمشی در هر نقطه ی دلخواهی از شفت مشخص است.

برای رسم دیاگرام های ممان باید شفت را با یک تیر مدل کرد. مدل دقیق این تیر با توجه به محل قرار گرفتن یاتاقان ها مشخص می شود که در واقع نقش تکیه گاه های ساده را در یک تیر بازی می کنند. جهت یادآوری نحوه ی رسم دیاگرام های ممان توضیح اجمالی تحت یک مثال پیرامون این مبحث داده شده است.

مثال: دیاگرام ممان تیر نشان داده شده در شکل ۱ را رسم کنید.



شکل ۱

برای رسم دیاگرام ممان تیر فوق باید ابتدا مقدار نیروهای تکیه گاهی را مشخص کنیم. تحلیل استاتیکی تیر ما را در این امر یاری می کند.

ابتدا تعادل را در راستای عمودی بررسی می کنیم:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{AY} + R_{DY} - 20 - 10 - (1 \times 10) = 0$$

$$R_{AY} + R_{DY} = 40 \text{ KN} \quad (*)$$

حال ممان را در نقطه ی A بررسی می کنیم. به همین منظور باید بار گسترده را به یک بار متمرکز در مرکز اعمال آن تبدیل کرد. یعنی:

$$F_w = w \times l = 1 \times 10 = 10 \text{ KN}$$

$$x = \frac{l}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m}$$

ممان در نقطه ی A برابر است با:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_w + M_C - M_{R_D} + M_E = 0$$

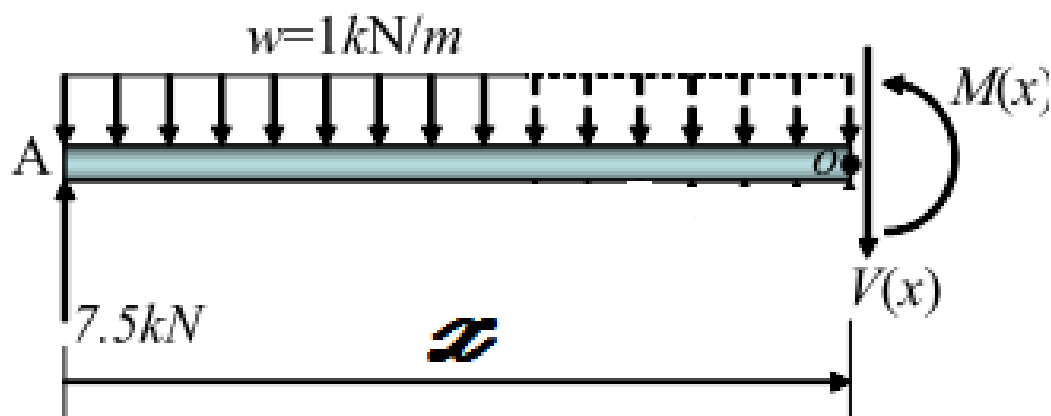
$$(10 \times 5) + (20 \times 15) - (R_D \times 20) + (10 \times 30) = 0$$

$$R_D = \frac{50+300+300}{20} = 32.5 \text{ KN}$$

حال با استفاده از رابطه ی (*) می توان نیروی تکیه گاهی در نقطه ی A را نیز به دست آورد:

$$R_A + 32.5 = 40 \rightarrow R_A = 7.5 \text{ KN}$$

با مشخص شدن مقادیر نیروهای تکیه گاهی، برای رسم دیاگرام ممان باید روی فواصل بین نیرویی تیر برش زد. اولین برش در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲

با اینکه برای طراحی شفت معمولاً نیازی به محاسبه ی نیروی برشی نیست ولی برای تکمیل این مبحث نیروی برشی نیز محاسبه می شود:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 7.5 - (1 \times x) - V(x) = 0$$

$$V(x) = 7.5 - x$$

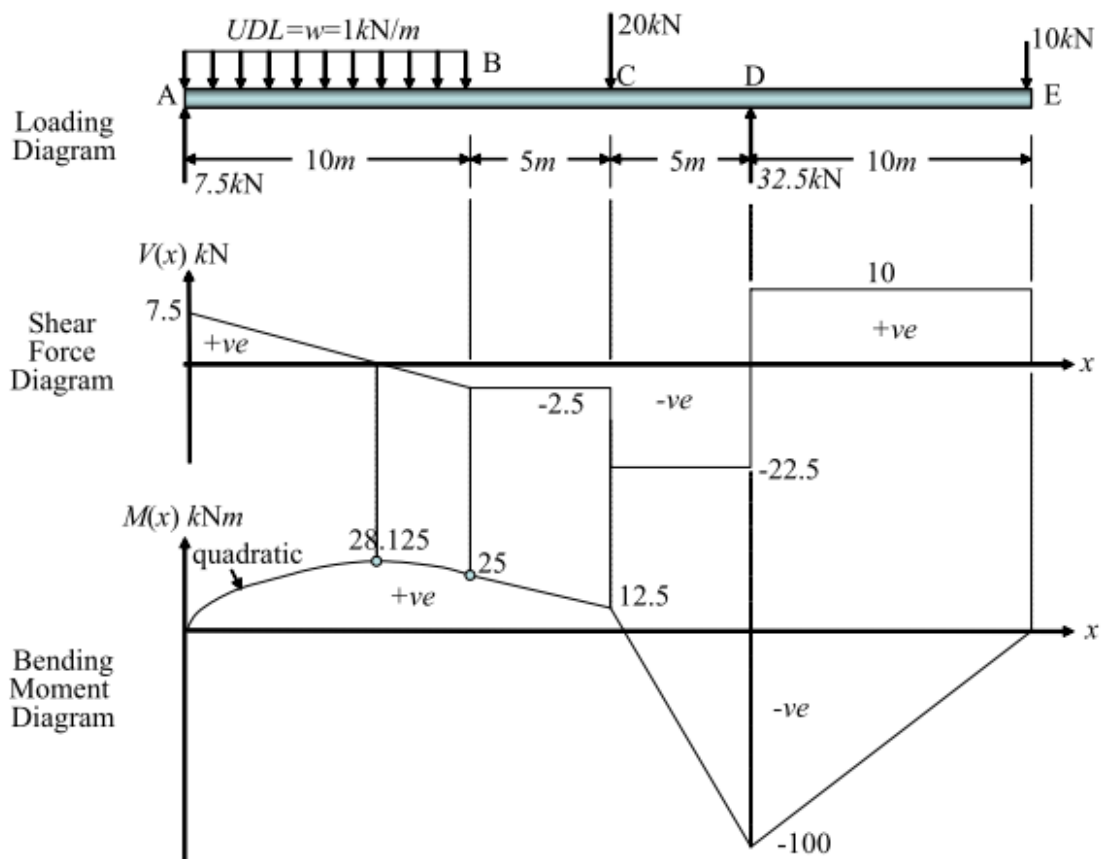
ممان نیز برابر است با:

$$\sum M(x) = 0 \rightarrow M(x) + \left(1 \times x \times \frac{x}{2}\right) - (7.5 \times x) = 0$$

$$M(x) = -0.5x^2 + 7.5x$$

در سایر نقاط تیر نیز از همین روش استفاده می شود و در انتها دیاگرام ممان به صورت شکل ۳ به دست می آید.

گام دوم) در این گام با توجه به دیاگرام ممان های به دست آمده در گام اول، تنش های نرمال و برشی وارد بر هر نقطه از شفت به دست می آید. به همین منظور المانی روی پوسته ی خارجی شفت انتخاب می شود و با استفاده از روابط زیر تنش های وارد بر آن المان محاسبه می شود:



شکل ۳

تنش نرمال:

$$\sigma(x) = \frac{M(x) c(x)}{I}$$

در رابطه ی فوق $M(x)$ گشتاور خمشی در نقطه ی x ، $c(x)$ فاصله ی شعاعی المان انتخاب شده از مرکز شفت در نقطه ی x و I ممان اینرسی شفت است. با توجه به این نکته که شفت هندسه ای دایروی دارد ممان اینرسی آن از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$I = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{\pi}{64} d^4$$

از طرفی با توجه به این نکته که طراحی شفت بر اساس بحرانی ترین نقطه صورت می گیرد، فاصله ی شعاعی و در واقع المان انتخاب شده را روی پوسته ی شفت در نظر می گیریم. لذا:

$$c(x) = \frac{d}{2}$$

در نتیجه رابطه ی نهایی برای محاسبه ی تنش نرمال به صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma(x) = \frac{32 M(x)}{\pi d^3}$$

تنش برشی:

$$\tau = \frac{T(x) c(x)}{J}$$

در رابطه ی فوق $T(x)$ گشتاور پیچشی در نقطه ی x ، $c(x)$ فاصله ی شعاعی المان انتخاب شده از مرکز شفت در نقطه ی x و J ممان اینرسی قطبی شفت است. با توجه به این نکته که شفت هندسه ای دایروی دارد ممان اینرسی قطبی آن از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$J = \frac{\pi}{2} \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{\pi}{32} d^4$$

در نتیجه رابطه ی نهایی برای محاسبه ی تنش برشی به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau(x) = \frac{16 T(x)}{\pi d^3}$$

تئوری های تحلیل شکست و طراحی شفت

تئوری های تحلیل شکست متنوعی معرفی شده اند که در زیر به بررسی مهمترین آنها و کاربرد آنها در طراحی شفت پرداخته می شود.

معيار ترسكا^۴

در این معیار عامل اصلی شکست شفت تنش برشی عنوان شده است. به همین دلیل گام بعدی در طراحی شفت از این روش به دست آوردن بیشترین مقدار تنش برشی است. برای به دست آوردن تنش برشی ماکزیمم از دایره ی مور^۵ استفاده می شود. دایره ی

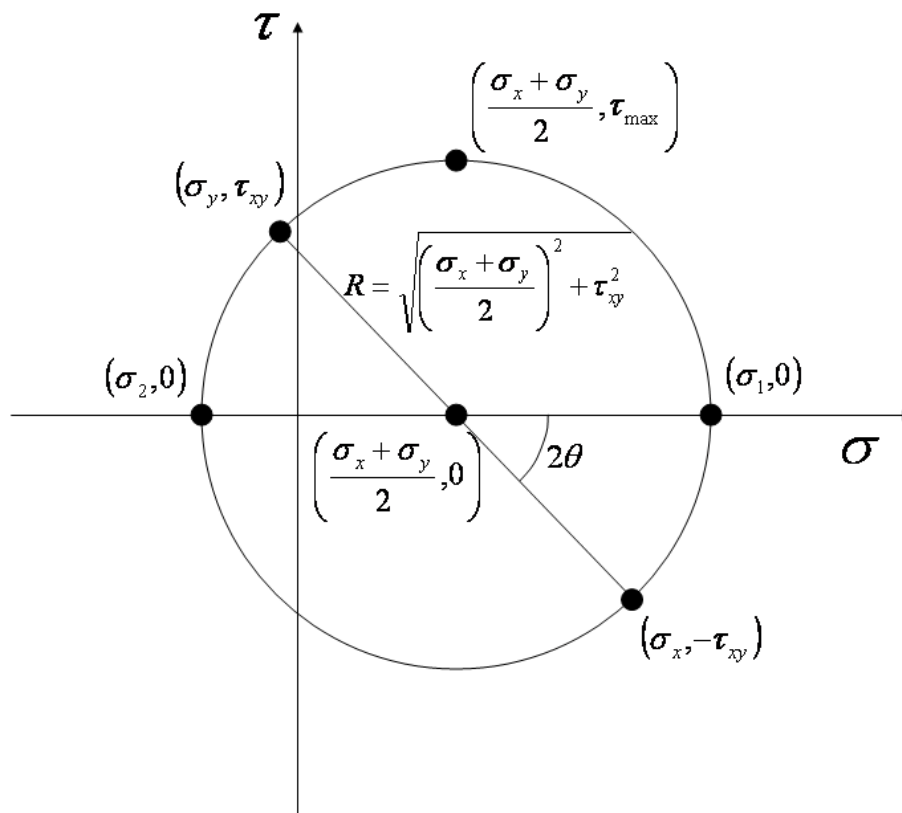
^۴ Terasca

^۵ Mohr

مور، دایره ای است که در دستگاه مختصات تنشی رسم می شود. در این دستگاه مختصات محور افقی تنش نرمال و محور عمودی تنش برشی است. توضیحات کامل دایره ی مور از حوصله ی این مقاله خارج است ولی نمونه ای از این دایره در شکل ۴ مشاهده می شود.

همانطور که در شکل ۴ مشاهده می شود، مرکز دایره ی میانگین دو تنش نرمال است و شعاع آن ماکزیمم تنش برشی است. لذا برای محاسبه ی تنش برشی ماکزیمم مورد نیاز در معیار ترسکا باید شعاع دایره ی مور به دست آید.

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



شکل ۴

برای المان انتخاب شده در شفت، تنش های وارده به شرح زیر است:

$$\sigma_x = \frac{32 M(x)}{\pi d^3}$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\tau_{xy} = \frac{16 T(x)}{\pi d^3}$$

با استفاده از تنش های فوق و رابطه ی تنش برشی ترسکا مقدار تنش برشی ماکزیمم اینگونه به دست می آید:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\frac{32 M(x)}{\pi d^3} + 0}{2}\right)^2 + \left(\frac{16 T(x)}{\pi d^3}\right)^2} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M(x)^2 + T(x)^2}$$

لذا:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \sqrt{M(x)^2 + T(x)^2}}{\pi \tau_{max}}}$$

از طرفی تنش برشی ماکزیمم با ضریب اطمینان به تنش برشی تسلیم مرتبط است:

$$n_d = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}} \rightarrow \tau_{max} = \frac{S_{sy}}{n_d}$$

با قرار دادن تنش برشی ماکزیمم در رابطه ی قطر ترسکا:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 n_d \sqrt{M(x)^2 + T(x)^2}}{\pi S_{sy}}}$$

ضعف معیار ترسکا در این نکته نهفته است که شفت طراحی شده برای حالت استاتیکی در نظر گرفته شده است. به همین دلیل هنگامی که شفت دوران می کند و انرژی را انتقال می دهد استفاده از این شیوه چندان قابل قبول نیست.

معیار ون میسس^۶

معیار ون میسس نیز مانند معیار ترسکا شفت را در حالت استاتیکی بررسی می کند و در نتیجه مشکلات آن معیار را نیز خواهد داشت. تفاوت این معیار با معیار ترسکا در عامل شکست معرفی شده است. در معیار ترسکا عامل شکست تنش برشی ماکزیمم معرفی شده بود ولی در معیار ون میسس عامل شکست تنش موثر^۷ است. تنش موثر از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\sigma_{eff}^{von} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

که در آن σ_1 و σ_2 از دایره ی مور و از روابط زیر به دست می آید:

$$\sigma_1 = C + R$$

$$\sigma_2 = C - R$$

که در آن C مرکز دایره و R شعاع آن است. با جاگذاری مقادیر تنش ها در رابطه ی تنش موثر رابطه ای ساده تر به دست می آید:

$$\sigma_{eff}^{von} = \sqrt{(C + R)^2 + (C - R)^2 - (C + R)(C - R)}$$

^۶ Von-mises

^۷ Effective stress

$$\sigma_{eff}^{von} = \sqrt{C^2 + 3R^2}$$

همانطور که در بخش معیار ترسکا شرح داده شده بود، المان انتخابی برای طراحی شفت روی پوسته ی آن قرار دارد. لذا مرکز و شعاع دایره ی مور برای المان مذکور به شرح زیر خواهد بود:

$$C = \frac{\sigma_x + 0}{2} = \frac{16 M(x)}{\pi d^3}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + 0}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M(x)^2 + T(x)^2}$$

پس:

$$\sigma_{eff}^{von} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{4M(x)^2 + 3T(x)^2}$$

از طرفی برای طراحی شفت ضریب اطمینانی در نظر گرفته می شود:

$$n_d = \frac{S_y}{\sigma_{eff}^{von}} \rightarrow \sigma_{eff}^{von} = \frac{S_y}{n_d}$$

با جایگذاری مقادیر فوق در رابطه ی به دست آمده، مقدار قطر از معیار ون میسز به دست می آید:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 n_d}{\pi S_y} \sqrt{M(x)^2 + \frac{3}{4} T(x)^2}}$$

ترکیب معیار ترسکا و سودربرگ^۸

همانطور که پیش تر در معرفی دو معیار ترسکا و ون میسز بیان شد، مشکل بزرگ این معیارها استاتیکی بودن آنهاست. در واقع طراحی شفت با معیارهای فوق واقعیت عملکردی یک شفت را به صورت کامل تحت پوشش قرار نمی دهد. برای درک بهتر این موضوع به شکل ۵ توجه شود که در آنها سه نوع از اعمال تنش های واقعی معمول به شفت در حال دوران نشان داده شده است.

در این اعمال تنش ها مقدار ثابتی که در معیارهای استاتیکی فرض شده بود وجود ندارد. علاوه بر تغییر در ظاهر نمودارهای تنش، نکته ی مهم تری در این تفاوت وجود دارد. اعمال تنش های اینچنین منجر به خستگی^۹ می شود. خستگی یکی از متداول ترین عوامل شکست شفت ها در صنعت است که در طراحی بر اساس معیارهای استاتیکی در نظر گرفته نشده بود.

طراحی دینامیکی شفت دو گام اولیه برای تبدیل دیاگرام گشتاور- زمان داده شده به اطلاعات قابل استفاده نیاز دارد:

گام اول) محاسبه ی گشتاور های تناوبی و میانگین

گشتاورهای تناوبی با زیروند a و گشتاورهای میانگین با زیروند m نشان داده می شوند. روابط مربوط به آنها به صورت زیر است:

^۸ Soderberg

^۹ Fatigue

$$M_m = \frac{M_{max} + M_{min}}{2}$$

$$M_a = \frac{M_{max} - M_{min}}{2}$$

$$T_m = \frac{T_{max} + T_{min}}{2}$$

$$T_a = \frac{T_{max} - T_{min}}{2}$$

گام دوم) محاسبه ی تنش های نرمال و برشی تناوبی و میانگین

نحوه ی علامت گذاری تنش های تناوبی و نرمال مانند گشتاورهای متناظر آنهاست:

$$\sigma_m = \frac{M_m c}{I} = \frac{32 M_m}{\pi d^3}$$

$$\sigma_a = \frac{M_a c}{I} = \frac{32 M_a}{\pi d^3}$$

$$\tau_m = \frac{T_m c}{J} = \frac{16 T_m}{\pi d^3}$$

$$\tau_a = \frac{T_a c}{J} = \frac{16 T_a}{\pi d^3}$$

بر اساس معیار سودربرگ رابطه ی بین تنش تسلیم و تنش های وارده بر شفت به صورت زیر است:

$$\frac{\sigma_m}{S_y} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n_d}$$

$$\frac{\tau_m}{S_{sy}} + \frac{\tau_a}{S_{se}} = \frac{1}{n_d}$$

با فرض اینکه زوج مرتب تنشی (σ', τ') منجر به شکست شود، با استفاده از معیار ترسکا تنش برشی حداکثر برابر خواهد بود با:

$$\tau'_{Tresca} = \sqrt{\left(\frac{\sigma' + 0}{2}\right)^2 + \tau'^2} = \frac{S_{sy}}{n_d}$$

با جایگذاری مقادیر تنش های تناوبی و میانگین رابطه ای برای قطر به دست می آید:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 n_d}{\pi} \sqrt{\left(\frac{M_m}{S_y} + \frac{M_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{T_m}{S_y} + \frac{T_a}{S_e}\right)^2}}$$

برای بهبود رابطه ی فوق دو تغییر زیر به آن اعمال می شود:

۱. اضافه کردن چند ترم به رابطه ی اولیه که شامل اثرات تمرکز تنش باشد:

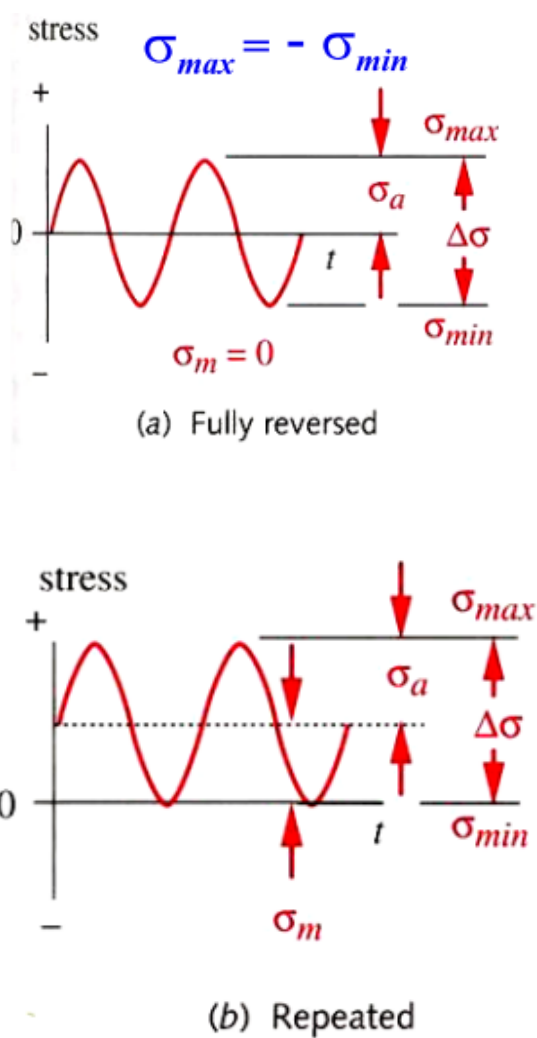
$$T_a \xrightarrow{\text{تبدیل}} K_{fs} T_a$$

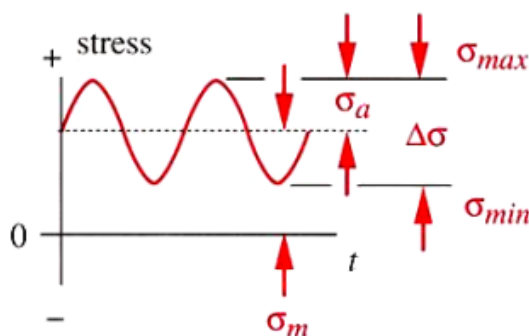
$$M_a \xrightarrow{\text{تبدیل}} K_f M_a$$

۲. اعمال تغییراتی در مقدار تنش حد دوام برای حالت های مختلف. (این قسمت در بخش S_e شرح داده خواهد شد).

$$S'_e \xrightarrow{\text{تبدیل}} S_e$$

لذا رابطه ی نهایی برای تعیین قطر شفت به صورت زیر خواهد بود:





(c) Fluctuating

شکل ۵

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n_d}{\pi} \sqrt{\left(\frac{M_m}{S_y} + \frac{K_f M_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{T_m}{S_y} + \frac{K_{fs} T_a}{S_e}\right)^2}}$$

تعیین ضرایب تمرکز تنش

هنگامی که در یک قطعه ناپیوستگی یا غیر یکپارچگی مانند سوراخ یا شیار رخ دهد، افزایش ناگهانی در مقدار تنش در آن نقطه اتفاق می افتد که اصطلاحاً به آن تمرکز تنش می گویند. برای تبیین مقدار افزایش در تنش های متمرکز شده دو ضریب تمرکز تنش تعریف می شود:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_0}$$

تعیین مقادیر تنش نامی σ_0 و τ_0 بسیار دشوار است. به همین دلیل در اکثر مواقع از نمودارهای رسم شده برای این منظور استفاده می شود. در شکل های ۶ تا ۱۴ نمودار های تمامی تمرکز تنش های ممکن در یک شفت ارائه شده است. شایان ذکر است که ضرایب تمرکز تنش به دست آمده استاتیکی است.

تمرکز تنش ناشی از خستگی با ضرایب K_f و K_{fs} نشان داده می شود. برای به دست آوردن این ضرایب نیاز به معلوم بودن ضرایب تمرکز تنش استاتیکی است. ضرایب تمرکز تنش خستگی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$K_f(K_{fs}) = \frac{\text{حداکثر تنش در قطعه شکاف دار}}{\text{حداکثر تنش در قطعه بی شکاف}}$$

در واقع ضریب تمرکز تنش خستگی میزان حساسیت قطعه به وجود شکاف را نشان می دهد. برای تبیین بهتر این مفهوم ضریب به نام میزان حساسیت به شکاف معرفی شده است که اینچنین تعریف می شود:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$$

$$q_{shear} = \frac{K_{fs} - 1}{K_{ts} - 1}$$

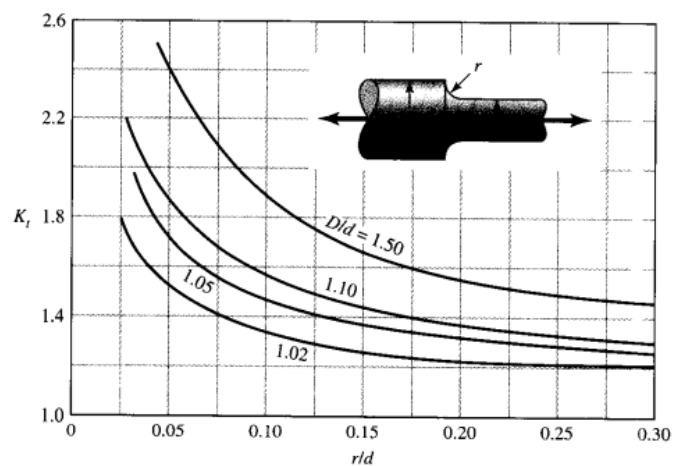
برای فولاد ریخته گری توصیه می شود که از مقدار $q=0.2$ استفاده شود. کلا برای فولادها می توان از رابطه ی زیر استفاده کرد:

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{a}{r}}}$$

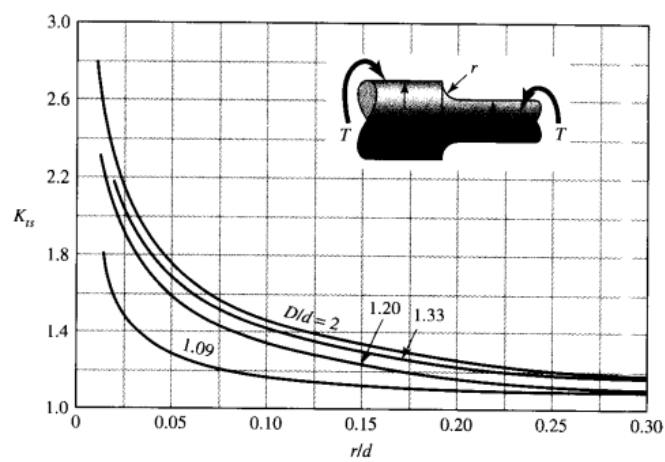
که در آن $\sqrt{a}$ ثابت عددی نام دارد و با رابطه ی درجه سوم زیر تقریب زده می شود:

$$\sqrt{a} = 0.245799 - 0.307794(10^{-2})S_{ut} + 0.150874(10^{-4})S_{ut}^2 - 0.266978(10^{-7})S_{ut}^3$$

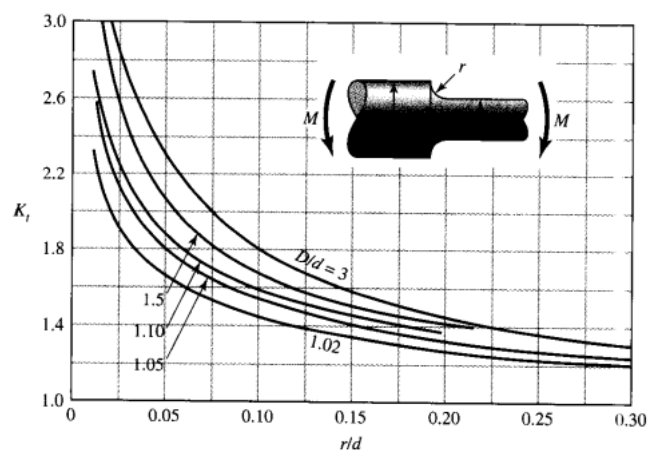
که در آن S_{ut} تنش نهایی فولاد مذکور در واحد kpsi است.



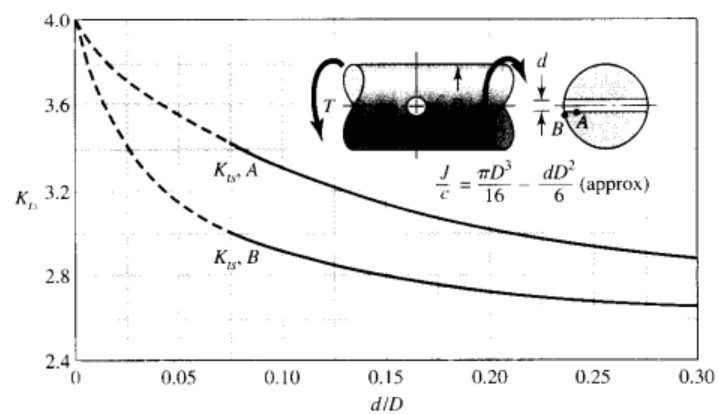
شکل ۶



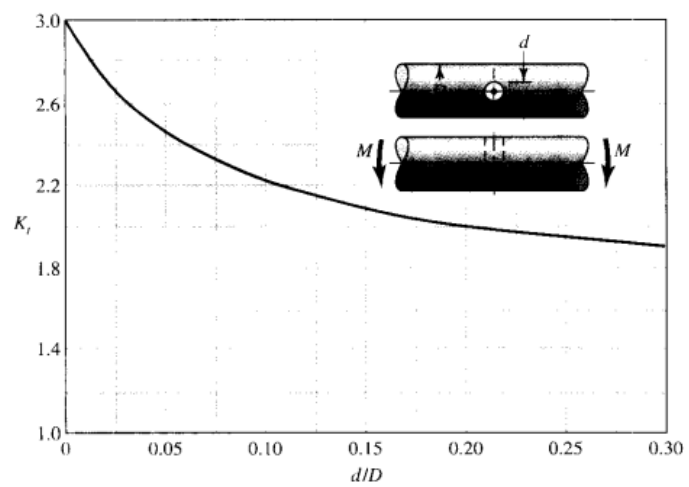
شکل ۷



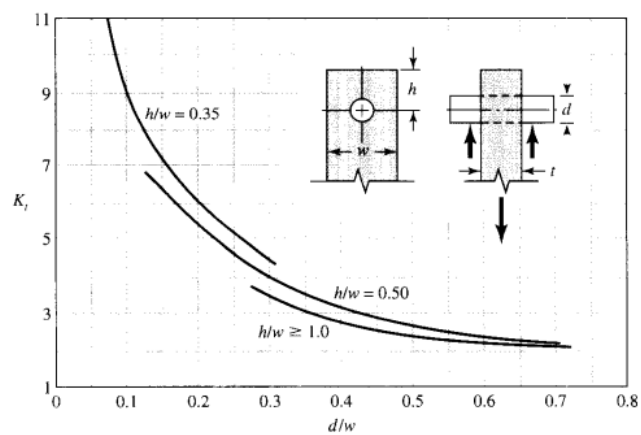
شکل ۸



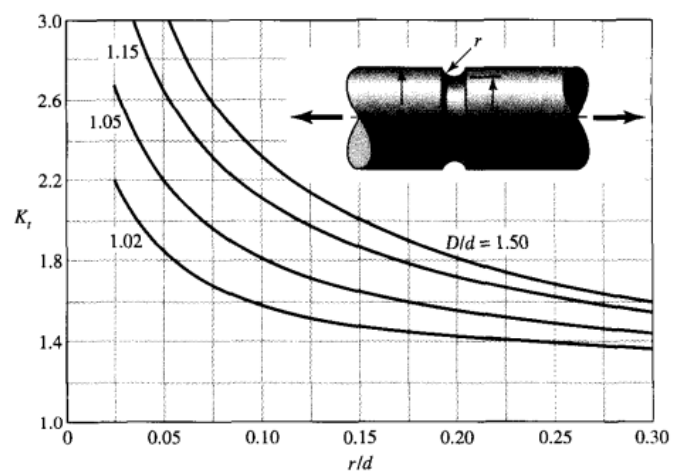
شکل ۹



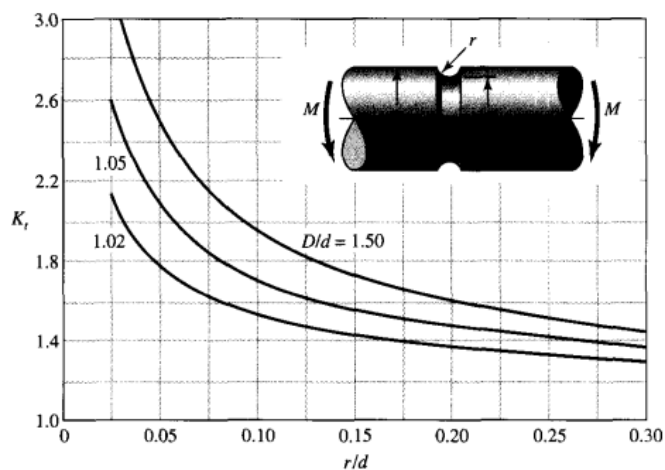
شکل ۱۰



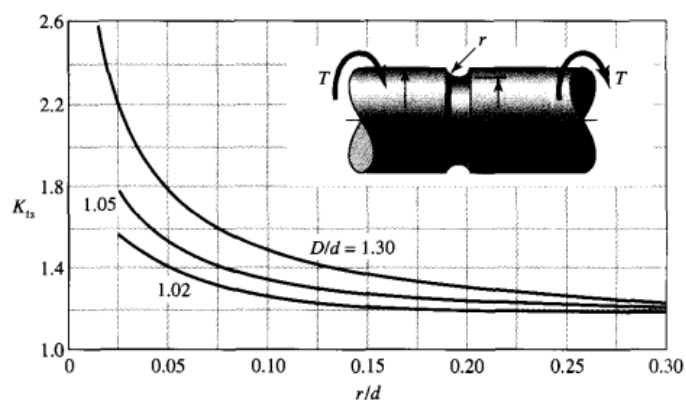
شکل ۱۱



شکل ۱۲



شکل ۱۳



شکل ۱۴

تنش حد دوام تصحیح شده

تنش حد دوام در آزمایشگاه و با انجام تست خستگی مشخص می شود. مقدار به دست آمده از تست را با S_e نشان می دهند. در عمل مقدار تنش حد دوام به دست آمده با مقدار به دست آمده در تست یکسان نیست. از دلایل این اختلاف می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- جنس مواد اولیه (متریال): ترکیب، اصول شکست، تغییر پذیری و ...
- فرآیند ساخت: روش، عملیات حرارتی، خوردگی و سایش، شرایط سطح، تمرکز تنش و ...
- محیط: خوردگی، دما، حالت تنش، مدت زمان استراحت و ...
- طراحی: سایز، فرم، عمر، حالت تنش، تمرکز تنش، سرعت، سائیدگی و ...

به همین دلیل با در نظر گرفتن موارد فوق باید تغییراتی در تنش حد دوام به دست آمده در تست اعمال شود. تنش حد دوام تصحیح شده با اعمال ضرایب گوناگون به صورت زیر به دست می آید:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

که در آن:

k_a : ضریب تصحیح پرداخت سطح

k_b : ضریب تصحیح اندازه

k_c : ضریب تصحیح بار

k_d : ضریب تصحیح دما

k_e : ضریب اطمینان پذیری

k_f : ضریب تصحیح متفرقه

در زیر به معرفی هر کدام از ضرایب تصحیح پرداخته شده است.

K_a

ضریب تصحیح پرداخت سطح به دلیل تفاوت در کیفیت پولیش سطح و همچنین وابستگی به تنش استجکام کششی متریال مورد استفاده به تنش حد دوام اعمال می شود. رابطه ی این ضریب به صورت زیر است:

$$K_a = a S_{ut}^b$$

که در آن a و b مقادیر ثابتی اند که به نحوه ی پولیش سطح دارند و مقادیر آن در جدول ۱ آورده شده است.

مثلا برای شفتی که سطح آن ماشین کاری شده باشد و جنس آن ck45 باشد ضریب تصحیح پرداخت سطح برابر است با:

جدول ۱

کیفیت سطح	ضریب a		نمای b
	$S_{ut} (kpsi)$	$S_{ut} (MPa)$	
سمباده زده	1.34	1.58	-0.085
ماشینکاری	2.70	4.51	-0.265
نورد گرم	14.4	57.7	-0.718
آهنگری	39.9	272	-0.995

$$k_a = 4.51 \times 600^{-0.265} = 0.828$$

K_b

مقدار ضریب تصحیح اندازه با آزمایش روی تعداد زیادی نمونه های غیرمشابه اندازه گیری شد. این ضریب وابسته به قطر قطعه و نوع بارگذاری صورت گرفته روی آن دارد. برای بارگذاری خمشی یا پیچشی، با توجه به قطر شفت مقدار ضریب اندازه در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲

بازه ی قطر	K _b
$0.11 \leq d \leq 2 \text{ in}$	$0.879 d^{-0.107}$
$2 < d \leq 10 \text{ in}$	$0.91 d^{-0.157}$
$2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm}$	$1.24 d^{-0.107}$
$51 < d \leq 254 \text{ mm}$	$1.51 d^{-0.157}$

برای بارگذاری محوری نیز $k_b = 1$ در نظر گرفته می شود.

K_c

مقدار ضریب بار وابسته به تنش استجکام کششی قطعه است ولی در این ضریب تنها نوع بارگذاری در نظر گرفته شده است و تاثیر استحکاک کششی در سایر ضرایب اعمال شده است. جدول ۳ مقدار این ضریب را با توجه به نوع بارگذاری مشخص می کند.

جدول ۳

نوع بارگذاری	K _c
خمشی	1
محوری	0.85
پیچشی	0.59

K_d

هنگامی که دمای کارکرد از دمای اتاق پایین تر باشد، امکان وقوع شکست ناشی از تردی بسیار بالاست. اگر دمای کارکرد بالاتر از دمای اتاق باشد، امکان تسلیم بالا می رود زیرا تنش تسلیم با افزایش دما کاهش می یابد. در جدول ۴ مقدار این ضریب در دماهای مختلف داده شده است.

جدول ۴

دما (سانتیگراد)	k_d
20	1.000
50	1.010
100	1.020
150	1.025
200	1.020
250	1.000
300	0.975
350	0.943
400	0.900
450	0.843
500	0.768
550	0.672
600	0.549

برای دما در مقیاس فارنهایت رابطه ای ارائه شده است که در بازه ی دمایی $70 \leq T \leq 1000$ قابل استفاده است:

$$k_d = 0.975 + 0.432 (10^{-3})T - 0.115(10^{-5})T^2 + 0.104 (10^{-8})T^3 - 0.595 (10^{-12})T^4$$

K_e

بحث اطمینان پذیری بحثی آمار و احتمالاتی است که از حوصله ی این مقاله خارج است. برای تعیین تقریبی این ضریب نیاز به تسلط به مباحث آمار و احتمالاتی نیست و تنها کافی است که با توجه به میزان اهمیت قطعه، مقدار تقریبی مورد اطمینان بودن طراحی را برآورد کرده و از جدول ۵ استفاده شود.

برای کسب اطلاعات بیشتر و تعیین دقیق ضریب اطمینان پذیری مطالعه ی مبحث تابع توزیع تراکمی توزیع گوسین^{۱۰} در آمار و احتمالات توصیه می شود.

K_f

ضریب تصحیح متفرقه برای عواملی که روی تنش حد دوام تاثیر گذارند و در ضرایب دیگر وارد نشده اند تعریف شده است. در واقع، این ضریب تنها تعریف شده است تا به یاد طراح بیاورد که عوامل دیگری نیز وجود دارند که در طراحی لحاظ نشده است و گرنه تعیین مقدار دقیق این ضریب تقریباً نشدنی است.

¹⁰ Cumulative distribution function of Gaussian Distribution

جدول ۵

ضریب اطمینان پذیری	اطمینان (%)
1.000	50
0.897	90
0.868	95
0.814	99
0.753	99.9
0.702	99.99
0.659	99.999
0.620	99.9999

در بسیاری از طراحی ها مقدار ضریب تصحیح متفرقه را برابر با ۱ فرض می کنند. این بدان معناست که اثرات سایر عوامل ناچیز است.

طراحی شفت برای پمپ مورد نظر

برای طراحی شفت برای پمپ مورد نظر ابتدا باید شماتیکی از جانمایی اجزای مختلف شفت ارائه کرد. با توجه به اینکه مدل پمپ $OH2$ است و به وسیله کوپلینگ به موتور وصل شده است، شماتیک کلی آن مطابق شکل ۱۵ خواهد بود. همانطور که مشخص است نیروها و ممان های وارد بر شفت عبارتند از:

۱- گشتاور انتقالی موتور از طریق کوپلینگ

۲- نیروهای تکیه گاهی

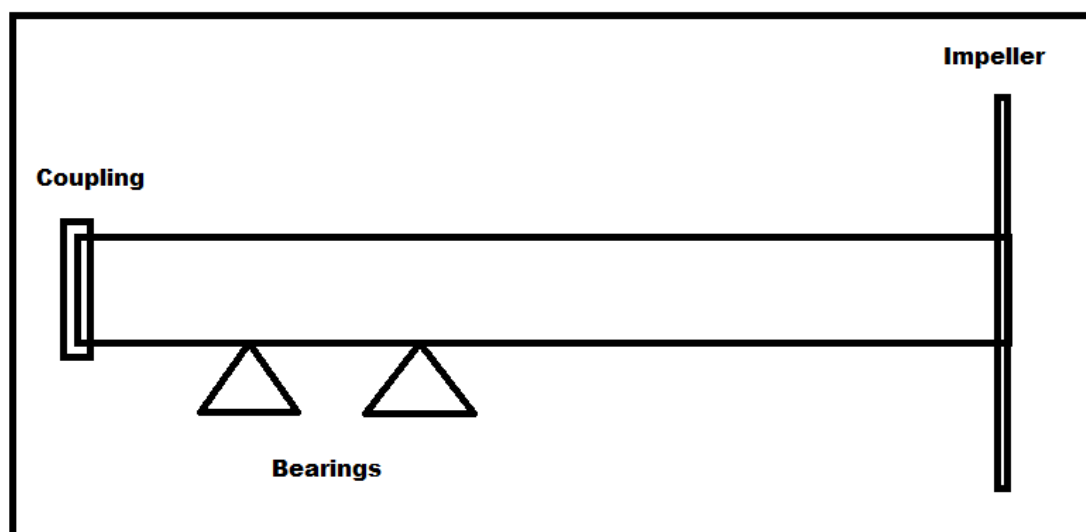
۳- نیروهای هیدرولیکی وارد بر پره

این نیروها در شکل ۱۶ نشان داده شده اند. با توجه به طول شفت که ۱ متر فرض شده است فواصل مورد نظر به صورت زیر انتخاب می شود:

۱- L_1 فاصله کوپلینگ تا یاتاقان ۱ = ۲۵ سانتیمتر

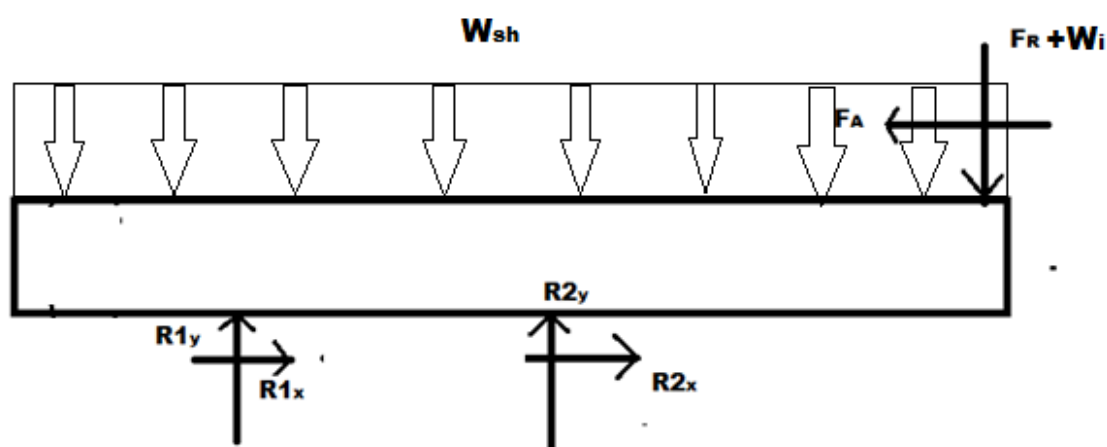
۲- L_2 فاصله یاتاقان ۱ تا یاتاقان ۲ = ۴۰ سانتیمتر

۳- L_3 فاصله یاتاقان ۲ تا پره = ۳۵ سانتیمتر



شکل ۱۵

نیروهای محوری تنها برای انتخاب یاتاقان مناسب مورد نیاز است. برای تحلیل شفت باید توزیع ممان روی شفت تعیین شود. ابتدا باید با استفاده از قانون دوم نیوتون مقادیر نیروی تکیه گاهی عمودی تعیین شود.



شکل ۱۶

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R1_y + R2_y - (F_R + W_i) + W_{sh} = 0$$

$$R1_y + R2_y = 1106.57 \text{ N}$$

$$\sum M_{R2} = 0 \rightarrow \left(W_{sh} \times \left(\frac{L}{2} - L_1 \right) \right) + ((F_R + W_i) \times (L_2 + L_3)) - (R2_y \times L_2) = 0$$

$$(670.72 \times 0.25) + (435.85 \times 0.75) - (R2_y \times 0.4) = 0$$

$$\rightarrow R2_y = 1236.5 \text{ N}$$

از قانون دوم نیوتون نتیجه می شود:

$$R1_y = 130 \text{ N} \quad \downarrow$$

با استفاده از مقادیر به دست آمده، تحلیل ممان تیر صورت می پذیرد:

(۱)

$$0 < x < L_1$$

$$M = (W_{sh} \times x \times \frac{x}{2})$$

$$M = 335.36 x^2$$

(۲)

$$L_1 < x < L_1 + L_2$$

$$M = \left(W_{sh} \times x \times \frac{x}{2} \right) + (R1_y \times (x - L_1))$$

$$M = 335.36 x^2 + 130x - 32.5$$

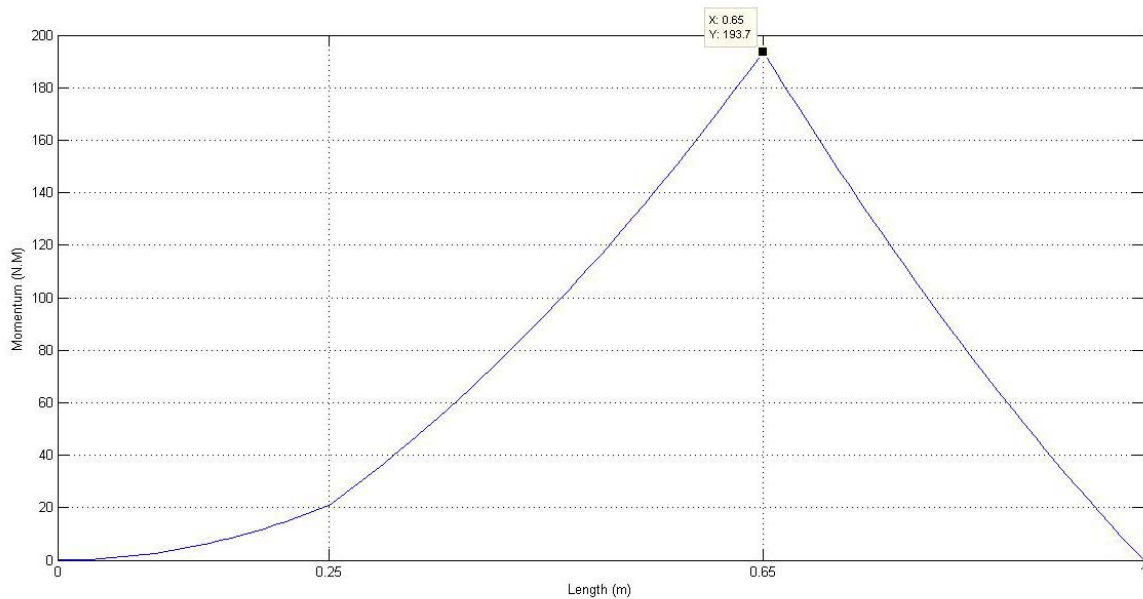
(۳)

$$L_1 + L_2 < x < L$$

$$M = \left(W_{sh} \times \frac{x^2}{2} \right) + (R1_y \times L_1) - (R2_y \times (L_1 + L_2))$$

$$M = 335.36 x^2 - 1106.5x + 771.2$$

نمودار گشتاور تیر به صورت شکل ۱۷ است. بیشترین گشتاور نیز روی آن نشان داده شده است.



شکل ۱۷

همچنین با توجه به اینکه از سر کوپلینگ گشتاور پیچشی وارد می شود و تا پره این گشتاور ثابت است شایان ذکر است که مقدار گشتاور از رابطه زیر به دست می آید.

$$T = \frac{P}{\omega}$$

حال پیرامون توان به کار رفته در بالا بحثی وجود دارد. اگر طراحی بر اساس نقطه بهینه عملکرد باشد، توان پمپ از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{sh} = \frac{\gamma Q H}{750 \eta} = \frac{8142.3 \times \frac{1}{36} \times 30}{750 \times 0.75} = 12.06 \text{ (hp – metric)} = 8870 \text{ W}$$

ولی اگر این پمپ در نقطه بهینه کار نکند، می توان با استفاده از تقریب های سر انگشتی توان حاصل را دوباره اندازه گرفت. فرض شود که پمپ ۱۲۰٪ دبی نقطه بهترین عملکرد کار کند. در این نقطه حدوداً ۵٪ افت هد به وجود می آید و بازده نیز ۲۰٪ کاهش می یابد. در این نقطه اطلاعات به صورت زیر خواهد بود:

$$Q = 120 \frac{m^3}{hr}, H = 28.5 \text{ m}, \eta = 0.6$$

لذا:

$$P_{sh} = \frac{\gamma Q H}{750 \eta} = \frac{8142.3 \times \frac{120}{3600} \times 28.5}{750 \times 0.6} = 17.18 \text{ (hp – metric)} = 12643 \text{ W}$$

همانطور که مشاهده می شود توان بسیار بالاتر از نقطه عملکرد بهینه است. برای ایمن تر کردن طراحی شفت، از این توان استفاده می شود:

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{12643}{1450 \times \frac{\pi}{30}} = 83.26 \text{ N.m}$$

گام اول) محاسبه ی گشتاور های تناوبی و میانگین

با توجه به اینکه شفت در حال دوران است، گشتاور خمشی وارد بر آن به صورت زیر است:

$$M_{max} = 193.7 \text{ N.m}, M_{min} = -193.7 \text{ N.m}$$

گشتاور پیچشی کمینه برابر با صفر خواهد بود :

$$T_{max} = 83.26 \text{ N.m}, T_{min} = 0$$

با استفاده از مقادیر فوق خواهیم داشت:

$$M_m = \frac{M_{max} + M_{min}}{2} = 0$$

$$M_a = \frac{M_{max} - M_{min}}{2} = 193.7 \text{ N.m}$$

$$T_m = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} = 41.6 \text{ N.m}$$

$$T_a = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} = 41.6 \text{ N.m}$$

گام دوم) محاسبه ی تنش های نرمال و برشی تناوبی و میانگین

قطر بحرانی از رابطه زیر به دست می آید:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n_d}{\pi} \sqrt{\left(\frac{M_m}{S_y} + \frac{K_f M_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{T_m}{S_y} + \frac{K_{fs} T_a}{S_e}\right)^2}}$$

برای محاسبه قطر بحرانی نیاز به محاسبه تنش حد دوام است. ضرایب مربوط به تنش حد دوام به صورت زیر محاسبه می شود:

$$K_a = a S_{ut}^b$$

اگر جنس شفت را $ck45$ باشد و سطح آن مشاینکاری شده باشد:

$$k_a = 4.51 \times 600^{-0.265} = 0.828$$

برای محاسبه k_b باید بازه قطر حدس زده شود، اگر قطر را ۶۰ میلیمتر و بازه را $51 < d \leq 254 \text{ mm}$ در نظر بگیریم:

$$1.51 d^{-0.157} = 1.51 \times 60^{-0.265} = 0.510$$

با توجه به بارگذاری همزمان خمشی و محوری، k_c را ۱ در نظر میگیریم ضرایب دما و متفرقه برابر ۱ و ضریب اعتماد پذیری با توجه به اعتماد ۹۹٪، ۰/۸۱۴ است. پس:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

$$S_e = 0.828 \times 0.510 \times 0.814 \times (0.5 \times 600) = 103.12 \text{ MPa}$$

ضرایب تمرکز تنش استاتیکی از شکل ۸، خوانده می شود:

$$k_t = 1.6$$

با استفاده از رابطه تمرکز تنش دینامیکی و مقدار تمرکز تنش استاتیکی داریم:

$$k_f \approx 1.5$$

با همین روند مقدار ضریب تمرکز تنش برشی نیز به دست می آید:

$$k_{fs} \approx 1.4$$

ضریب اطمینان ۲/۵ برای طراحی شفت مقداری مناسب است. پس:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n_d}{\pi} \sqrt{\left(\frac{M_m}{S_y} + \frac{K_f M_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{T_m}{S_y} + \frac{K_{fs} T_a}{S_e}\right)^2}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 2.5}{\pi} \sqrt{\left(0 + \frac{1.5 \times 193.7}{130.12 \times 10^6}\right)^2 + \left(\frac{41.6}{480 \times 10^6} + \frac{1.4 \times 41.6}{130.12 \times 10^6}\right)^2}} = 38.8 \text{ mm} \approx 40 \text{ mm}$$

حداقل قطر شفت ۴۰ میلیمتر تعیین می شود.

منابع و مراجع

۱. رسول پایدار نویخت، برنامه کامپیوتری برای طراحی پروانه پمپ‌های سانتریفیوژ قابل استفاده در CNC. پایان

نامه دوره کارشناسی، ۱۳۸۴.

2. Johann F.Gulich, "Centrifugal pumps", Springer, 2007.
3. Val S.Lebanov, "Centrifugal pumps: Design & application", 2nd edition, Gulf publishing, 1985.
4. A.J Stepanoff, "Centrifugal and Axial Flow Pumps", 2nd edition, John Wiley and Sons, 1957.
5. Igor J.Karassik, "Centrifugal pumps", 2nd edition, Thomson, 1999.
6. S. Lazarkiewicz, "Impeller pumps", Oxford, London, 1965.
7. J. Shigley, "Standard Handbook of Machine Design", 8th edition, McGraw-Hill, 2006.
8. E.R Johnson, "Mechanics of materials", 6th edition, McGraw-Hill, 2012.
9. API 610, "Centrifugal pumps for petroleum, petrochemical and natural gas industry", 11th edition, 2009.