WHITE PAPERS

ASK-RD-ENG-020

R&D Department

ARYA SEPEHR KAYHAN (ASK) | SHAHID SALIMI INDUSTRIAL CITY, TABRIZ, IRAN

شرکت آریا سپهر کیهان با نام اختصاری ASK، طراح و تولیدکننده پمپ های گریز از مرکز و روتاری و ارائه دهنده راهکارهای بهینه سازی سیستم های فرایندی و پمپاژ می باشد.

توجه !

مقالات تخصصی با عنوان White Papers جهت افزایش دانش عمومی پمپ ها در بخش تحقیق و توسعه این شرکت نگارش شده است. استفاده از این مقالات رایگان می باشد و لازم است جهت استفاده از محتویات آن به موارد ذیل توجه فرمایید:

1- انتشار مجدد مطالب مقالات (به شکل اولیه و بدون تغییر در ساختار محتوایی و ظاهری) با ذکر منبع، بلامانع است.

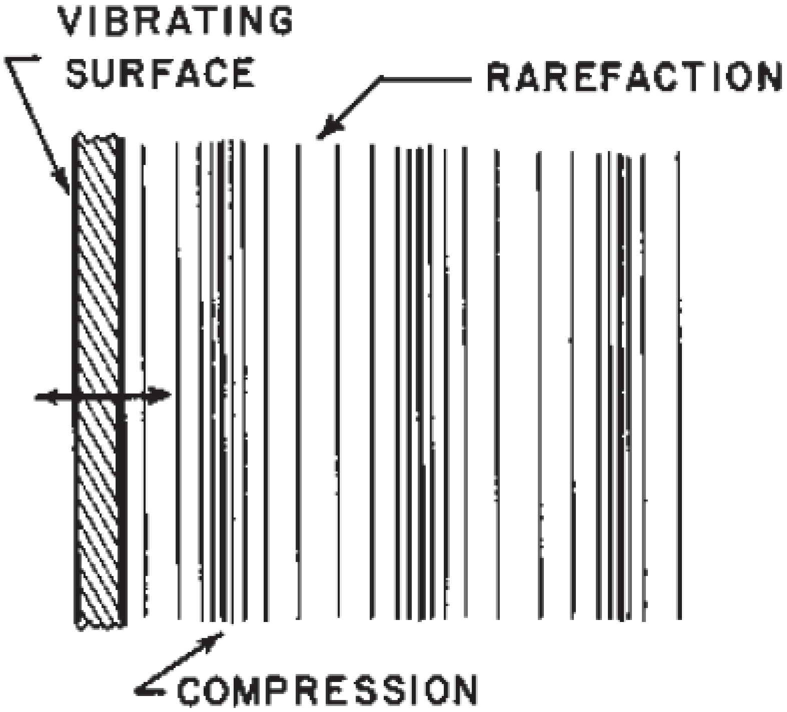
2- استفاده تجاری از محتویات مقالات در نشریات مجاز نمی باشد.

مبانی آکوستیک

Fundamental of acoustic

۱. سرعت صوت

صوت[1] یک اغتشاش فشاری در ماده است که با سرعتی که به جنس ماده بستگی دارد حرکت می‌کند. امواج صوتی در سیالات اغلب توسط سطوح ارتعاشی جامد موجود در سیال تولید می‌شوند.



شکل ۱- امواج صوتی در مواد

با ارتعاش سطوح ارتعاشاتی به سمت راست امواج تراکمی ایجاد و با ارتعاش سطوح ارتعاشاتی به سمت چپ، امواج انبساطی ایجاد می‌شوند. حرکت ارتعاشاتی سطح جامد، سبب تغییرات فشار در بالا و پایین فشار حجم سیال برای انتقال به محیط اطراف سیال می‌شود. سر و صدا[2] به عنوان هر صدای قابل‌احساسی است که برای بشر اعتراض‌آمیز و آسیب‌زننده باشد. سرعت صوت برای مواد مختلف در جداول زیر داده شده است ولی برای یک گاز کامل این سرعت تابعی از دما است که طبق فرمول زیر بدست می‌آید:

$$c = \sqrt{\gamma RT} \qquad (۱)$$

---

[1] Sound
[2] Noise

که در آن γ نسبت حرارتی مخصوص، R ثابت جهانی گازها و T دمای مطلق گاز است. از رابطه زیر برای یک گاز کامل تقریب زده می‌شود:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \qquad (۲)$$

که در آن C_p ظرفیت حرارتی فشار ثابت و C_v ظرفیت حرارتی حجم ثابت است. سرعت صوت به طور کلی در سیالات از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$C^2 = \frac{\gamma B}{\rho} \qquad (۳)$$

که در آن B مدول حجمی هم‌دما و ρ چگالی سیال است. برای امواج صوتی مایل در جامد، سرعت صوت از طریق زیر بدست می‌آید:

$$C^2 = \frac{(1-\upsilon)E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)\rho} \qquad (۴)$$

که در آن E مدول یانگ و υ ضریب پوآسون برای ماده مورد نظر است. این فرمول برای عبور از یک باریکه بسیار نازک به فرمول زیر تبدیل می‌شود:

$$C = (\frac{E}{\rho})^{1/2} \qquad (۵)$$

۲. طول موج، فرکانس و عدد موج

یک فرکانس (f) واحد وابسته به یک موج هارمونیک ساده یا موج سینوسی وجود دارد. این فرکانس به فرکانس ارتعاش منبع صوتی وابسته و نیز از محیطی که صوت از آن عبور می‌کند (برای انتقال غیرپراکنده) مستقل است.

پریود (دوره نوسان τ) برای یک موج، مدت زمان سپری شده برای یک سیکل کامل موج، یا برای یک موج هارمونیک ساده، فاصله زمانی بین دو اوج[۳] تعریف می‌شود. فرکانس، معکوس پریود زمانی است.

$$f(Hz) = \frac{1}{\tau} \qquad (۶)$$

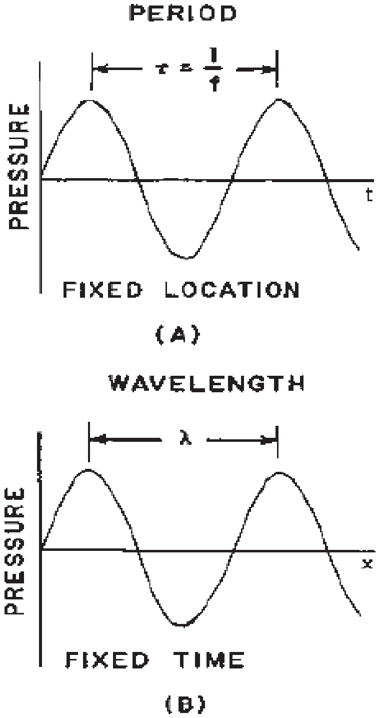
---

[3] Peak

واحد فرکانس هرتز است که به معنای دور بر ثانیه می‌باشد.

تذکر: محدوده شنوایی انسان بین ۱۶ هرتز تا ۱۶ کیلوهرتز می‌باشد.

طول موج یک موج صوتی، پارامتر تعیین‌کننده‌ای در تعیین رفتار موج صوتی می‌باشد. طول موج، فاصله بین دو اوج (پیک) در یک موج در یک پریود زمانی می‌باشد. در شکل زیر این تعریف را مشاهده می‌کنید:


PERIOD
$\tau = \frac{1}{f}$
PRESSURE
t
FIXED LOCATION
(A)
WAVELENGTH
λ
PRESSURE
x
FIXED TIME
(B)

شکل ۲- طول موج و پریود زمانی بر حسب زمان و مکان برای یک موج هارمونیک ساده

طول موج و سرعت صوت طبق رابطه زیر با یکدیگر در ارتباط می‌باشند:

(۷)

$$\lambda = \frac{C}{f}$$

پارامتر دیگر عدد موج است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۸)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{C}$$

برای فهم بهتر مطالب بیان شده، به بررسی یک مثال می‌پردازیم:

مثال۱: یک موج صوتی با فرکانس ۲۵۰ هرتز در هوایی با دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد انتشار می‌یابد. ثابت گازها ۲۸۷ ژول بر کیلو- گرم کلوین و نسبت حرارتی مخصوص ۱.۴ است. سرعت صوت، طول موج و عدد موج را برای شرایط زیر بیابید؟

برای سرعت صوت داریم:

$$c = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{(1.4)(287)(298.2)} = 346.1\, m/s$$

$$\lambda = \frac{C}{f} = \frac{346.1}{250} = 1.385\, m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1.385} = 4.538\, m^{-1}$$

۳. فشار آکوستیکی و سرعت ذره

فشار آکوستیکی (p) یک اختلاف لحظه‌ای بین فشار محلی (P) و فشار محیط (P_0) برای یک موج صوتی در محیط تعریف می‌شود. فشار آکوستیکی برای یک موج هارمونیک ساده مسطح در جهت مثبت محور به صورت زیر می‌باشد:

$$p(x,t) = p_{max} sin(2\pi ft - kx) \qquad (۹)$$

که در آن p_{max} دامنه[4] فشاری موج فشاری آکوستیکی است. سطح صوت‌سنج، دامنه فشاری موج آکوستیکی را اندازه‌گیری نمی‌کند. در مقابل ریشه متوسط فشار مرتبه دوم[5] را اندازه‌گیری می‌کند که با دامنه فشاری متناسب می‌باشد.

برای تعریف این رابطه، ابتدا تعریف می‌کنیم که:

$$\theta = \frac{2\pi t}{\tau} \;\; so\; d\theta = \frac{2\pi dt}{\tau} \qquad (۱۰)$$

و سپس بسط‌ها و فرمول‌نویسی‌های زیر را پیگیری می‌کنیم. طبق تعریف ریشه متوسط فشار مرتبه دوم خواهیم داشت:

$$(p_{rms})^2 = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} p^2(x,t)dt = \frac{(p_{max})^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2(\theta - kx)\, d\theta \qquad (۱۱)$$

با انتگرال‌گیری از عبارت بالا خواهیم داشت:

---

[4] Amplitude

[5] Root-mean-square pressure

$$(p_{rms})^2 = \frac{(p_{max})^2}{2\pi}\left[\frac{1}{2}(\theta - kx) - \frac{1}{4}\sin\,(2\theta - 2kx)\right]\ 0 \to 2\pi \qquad (۱۲)$$

پس در پایان خواهیم داشت:

$$(p_{rms})^2 = \frac{1}{2}(p_{max})^2\ \to p_{rms} = \frac{p_{max}}{\sqrt{2}} \qquad (۱۳)$$

در ادامه این متن برای جلوگیری از زیاده‌نویسی در اندیس‌ها از سمبل (p) به جای استفاده از ریشه متوسط فشار مرتبه دوم استفاده می‌کنیم. سرعت آکوستیکی لحظه‌ای ذره (u)، سرعت محلی ذرات سیال در گذر موج‌صوتی از ماده است. سرعت ذره آکوستیکی ریشه متوسط مرتبه دوم، کمیتی است که در تحلیل‌های مهندسی به کار می‌رود زیرا یک کمیت مربوط به اندازه‌گیری‌های انرژی و شدت است. سرعت آکوستیکی ریشه متوسط مرتبه دوم ذره و فشار آکوستیکی ریشه متوسط مرتبه دوم، توسط پارامتری به نام امپدانس آکوستیکی مخصوص[۶] (Z_s) با یکدیگر در ارتباطند.

$$Z_s = \frac{p}{u} \qquad (۱۴)$$

امپدانس مخصوص آکوستیکی معمولا به صورت عددی مختلط بیان می‌شود تا هم شدت نسبت فشار به سرعت و هم زاویه فاز بین امواج سرعت و فشار را نشان دهد.

برای امواج آکوستیکی مسطح، امپدانس آکوستیکی مخصوص تنها تابعی از خصوصیات سیال می‌باشد. امپدانس آکوستیکی مخصوص برای موج‌های مسطح، امپدانس مشخصه[۷] نامیده می‌شود و طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$Z_0 = \frac{\rho c}{g_c} \qquad (۱۵)$$

که در آن ρc سرعت صوت در چگالی و g_c فاکتور تبدیل واحد است که ۱ فرض می‌شود. امپدانس مشخصه بعضی مواد در جدول شماره ۱ آورده شده است. برای درک بهتر مطالب بالا مثال زیر را پیگیری می‌کنیم:

مثال ۲: یک موج مسطح در هوای با دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد و فشار ۱۰۱.۳ کیلوپاسکال منتشر می‌شود. سرعت صوت در هوا ۳۴۶.۱ متر بر ثانیه است. موج صوتی دارای فشار آکوستیکی ۰.۲۰ پاسکال است. سرعت آکوستیکی ذره (ریشه متوسط مرتبه دوم) را بدست آورید.

---

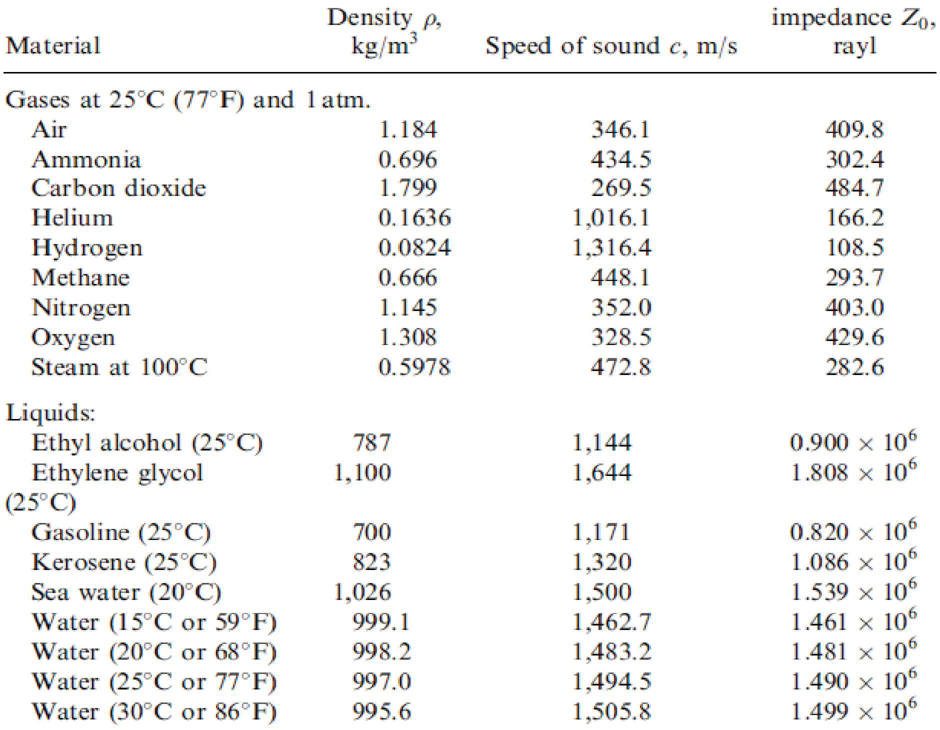
[6] Specific acoustic Impedance
[7] characteristic impedance

$$\rho = \frac{P_0}{RT} = \frac{101.3 * 10^3}{287(298.2)} = 1.184\ \frac{kg}{m^3}$$

$$Z_0 = \frac{\rho c}{g_c} = \frac{1.184 * 346.1}{1} = 409.8$$

$$Z_s = \frac{p}{u} \rightarrow u = \frac{0.20}{409.8} = 0.488 * 10^{-3}\ \frac{m}{s}$$

جدول ۱- امپدانس مشخصه تعدادی از مواد

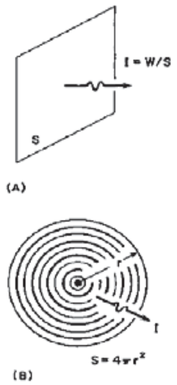


Material	Density ρ, kg/m^3	Speed of sound c, m/s	impedance Z_0, rayl
Gases at 25°C (77°F) and 1 atm.			
Air	1.184	346.1	409.8
Ammonia	0.696	434.5	302.4
Carbon dioxide	1.799	269.5	484.7
Helium	0.1636	1,016.1	166.2
Hydrogen	0.0824	1,316.4	108.5
Methane	0.666	448.1	293.7
Nitrogen	1.145	352.0	403.0
Oxygen	1.308	328.5	429.6
Steam at 100°C	0.5978	472.8	282.6
Liquids:			
Ethyl alcohol (25°C)	787	1,144	0.900×10^6
Ethylene glycol (25°C)	1,100	1,644	1.808×10^6
Gasoline (25°C)	700	1,171	0.820×10^6
Kerosene (25°C)	823	1,320	1.086×10^6
Sea water (20°C)	1,026	1,500	1.539×10^6
Water (15°C or 59°F)	999.1	1,462.7	1.461×10^6
Water (20°C or 68°F)	998.2	1,483.2	1.481×10^6
Water (25°C or 77°F)	997.0	1,494.5	1.490×10^6
Water (30°C or 86°F)	995.6	1,505.8	1.499×10^6

Material	Density ρ, kg/m^3	Speed of sound c, m/s	Characteristic impedance Z_0, rayl
Solids:			
Aluminum (pure)	2,700	6,400	17.28×10^6
Brass	8,700	4,570	39.76×10^6
Brick (common)	1,750	4,270	7.47×10^6
Concrete	2,400	3,100	7.44×10^6
Copper	8,910	4,880	43.48×10^6
Glass (window)	2,500	6,000	15.00×10^6
Glass (Pyrex)	2,300	5,200	11.96×10^6
Ice	920	3,200	2.94×10^6
Lead	11,300	1,980	22.47×10^6
Lucite	1,200	1,800	2.16×10^6
Polyethylene	935	1,980	1.85×10^6
Steel (C1020)	7,700	5,790	44.58×10^6
Wood (oak)	770	4,300	3.31×10^6
Wood (pine)	640	4,750	3.04×10^6
Zinc	7,140	4,270	30.49×10^6

۴. شدت آکوستیکی و چگالی انرژی آکوستیکی

شدت آکوستیکی (I) متوسط انرژی گذرکننده از واحد سطح در واحد زمان یا نیروی آکوستیکی (W) گذرکننده از واحد سطح تعریف می‌شود. واحد متداول در سیستم SI برای شدت آکوستیکی $\frac{w}{m^2}$ می‌باشد. در شکل‌های زیر دو نمونه از امواج دیده می‌شوند که برای هر کدام شدت آکوستیکی به نحوی مربوط محاسبه می‌شود.



شکل ۳- (a) امواج مسطح و (b) امواج کروی

بر این اساس شدت آکوستیکی برای موج مسطح برابر است با:

$$I = \frac{W}{S} \tag{۱۶}$$

برای یک موج صوتی کروی (موجی که در تمامی جهات به صورت یکنواخت از منبع منتشر می‌شود)، سطحی که انرژی آکوستیکی از آن عبور می‌کند $4\pi r^2$ است که r فاصله از منبع صوتی است، پس انرژی آکوستیکی برابر است با:

$$I = \frac{W}{4\pi r^2} \tag{۱۷}$$

در حالت کلی که امواج به صورت یکنواخت منتشر نمی‌شوند برای شدت صوت خواهیم داشت (اما شدت آکوستیکی با تغییر جهت تغییر می‌کند):

$$I = \frac{QW}{4\pi r^2} \tag{۱۸}$$

که در آن Q فاکتور جهت نام دارد که کمیتی بدون بعد است که به طور عمومی به فرکانس موج صوتی و جهت آن بستگی دارد. شدت آکوستیکی می‌تواند به فشار آکوستیکی ریشه متوسط مرتبه دوم مربوط شود. انرژی آکوستیکی در واحد سطح، که برای یک موج آکوستیکی در یک سیکل متوسط‌گیری شده است در زیر داده شده است:

$$I = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} p(x,t)u(x,t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} p(x,t)u(x,t)d\theta \tag{۱۹}$$

که در آن خواهیم داشت:

$$\theta = 2\pi f t = \left(\frac{2\pi}{\tau}\right)t$$

پس برای فشار و سرعت ذره یک موج مسطح خواهیم داشت:

$$p(x,t) = \sqrt{2}\, p_{rms} \sin\left(2\pi t - kx\right) \tag{۲۰}$$

$$u(x,t) = (\sqrt{2}\frac{p_{rms}}{\rho c}) \sin\left(2\pi t - kx\right) \tag{۲۱}$$

با قرار دادن معادلات ۲۰ و ۲۱ در معادله ۱۹ خواهیم داشت:

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{2(p_{rms})^2}{\rho c} \sin^2\,(\theta - kx)d\theta$$ (۲۲)

که با انتگرال‌گیری از رابطه فوق در نهایت خواهیم داشت:

$$I = \frac{(p_{rms})^2}{\rho c}$$ (۲۳)

در اندازه‌گیری صوت در اتاق یا محیط‌های بسته دیگر، پارامتر مهم دیگری به نام چگالی انرژی آکوستیکی (دانسیته انرژی آکوستیکی) وجود دارد که انرژی آکوستیکی کل در واحد حجم تعریف می‌شود. واحد SI برای این پارامتر مهم ، $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$ می‌باشد. انرژی آکوستیکی کل از ۲ بخش تشکیل شده است: انرژی جنبشی، که وابسته به حرکت ارتعاشاتی سیال است و انرژی پتانسیل که با انرژی ذخیره شده در خلال تراکم سیال در ارتباط است. انرژی جنبشی آکوستیکی در واحد حجم متوسط‌گیری شده در یک طول موج می‌تواند از طریق سرعت ذره آکوستیکی بیان شود:

$$KE = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda} \frac{1}{2}\rho u^2(x,t)dx = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1}{2}\rho u^2(\xi,\theta)d\xi$$ (۲۴)

که در آن $\xi = kx$ است.

با استفاده از فرمول ۲۱ برای انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$KE = \frac{(p_{rms})^2}{2\rho c^2}$$ (۲۵)

که در تمامی این فرمول‌ها از p به جای p_{rms} می‌توان استفاده کرد.

برای یک موج صوتی کروی، فشار آکوستیکی و سرعت ذره آکوستیکی با یکدیگر هم‌فاز نیستند. برای یک موج صوتی کروی انرژی جنبشی در واحد حجم به فرکانس وابسته است. انرژی جنبشی در فاصله r از منبع صوتی برابر است با:

$$KE = \frac{p^2}{2\rho c^2}(1 + \frac{1}{k^2 r^2})$$ (۲۶)

انرژی پتانسیل آکوستیکی با فشار آکوستیکی در ارتباط است. برای یک موج مسطح، انرژی پتانسیل در واحد حجم در گذر از یک طول موج برابر است با:

$$PE = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}\frac{p^2(x,t)}{2\rho c^2}dx = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{p^2(\xi,\theta)}{2\rho c^2}d\xi \qquad (۲۷)$$

با استفاده از فرمول ۲۱ برای انرژی پتانسیل خواهیم داشت:

$$PE = \frac{p^2}{2\rho c^2} \qquad (۲۸)$$

با مقایسه دو فرمول ۲۵ و ۲۸ خواهید دید که انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برای یک موج مسطح مساوی یکدیگر هستند. در صورتی که این موضوع برای یک موج کروی صادق نمی‌باشد.

برای یک موج صوتی مسطح دانسیته انرژی آکوستیکی از رابطه زیر بدست می‌آید (مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی):

$$D = \frac{p^2}{\rho c^2} \qquad (۲۹)$$

اگر این رابطه با رابطه شدت آکوستیکی مقایسه شود، خواهیم داشت:

$$D = \frac{I}{c} \qquad (۳۰)$$

پس برای یک موج کروی خواهیم داشت:

$$D = \frac{p^2}{\rho c^2}(1 + \frac{1}{2k^2r^2}) \qquad (۳۱)$$

برای درک بهتر مطالب بالا مثال زیر را دنبال کنید.

مثال ۳: یک موج صوتی مسطح در هوایی با سرعت صوت۳۴۶.۱ متر بر ثانیه و امپدانس مشخصه ۴۰۹.۸ در دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد و فشار ۱۰۱.۳ کیلو پاسکال در حال گذر است. موج صوتی دارای فشار آکوستیکی ۰.۲۰ پاسکال است. شدت و دانسیته انرژی آکوستیکی را برای موج صوتی تعیین کنید.

برای انرژی آکوستیکی داریم:

$$I = \frac{(p_{rms})^2}{\rho c} = \frac{(0.20)^2}{409.8} = 97.6 * 10^{-6}\frac{W}{m^2}$$

برای دانسیته انرژی آکوستیکی داریم:

$$D = \frac{p^2}{\rho c^2} = \frac{p^2}{Z_0 c} = \frac{(0.20)^2}{409.8 * 346.1} = 0.282 * 10^{-6}\ \frac{J}{m^3}$$

۵. امواج کروی

در بسیاری از موارد، اندازه منبع صوت نسبتا کوچک است و صوت از منبع در تمامی جهات به صورت یکنواخت منتشر می‌شود. در این مورد، امواج صوتی نمی‌توانند مسطح باشند. به این امواج، امواج کروی می‌گویند. با نگاه به فرمول‌های ۱۷ و ۲۳ متوجه می‌شویم که فشار آکوستیکی در امواج کروی به صورت معکوس با فاصله از منبع صوتی (r) تغییر می‌کند، زیرا قدرت آکوستیکی (W) برای حالت بدون افت انرژی، ثابت است.

(۳۲)

$$I = \frac{p^2}{\rho c} = \frac{W}{4\pi r^2}$$

با دور شدن موج صوتی از منبع صوت انرژی آکوستیکی در سطح بزرگتری پخش می‌شود، پس شدت آکوستیکی به صورت معکوس، متناسب با r^2 کاهش می‌یابد.

از حل معادله موج آکوستیکی، مقدار امپدانس آکوستیکی مخصوص برای یک موج کروی از رابطه زیر بدست می‌آید:

(۳۳)

$$Z_s = \frac{\rho c k r}{(1 + k^2 r^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{Z_0 k r}{(1 + k^2 r^2)^{\frac{1}{2}}}$$

که در آن عدد موج برابر است با:

(۳۴)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{C}$$

پس زاویه فاز بین فشار آکوستیکی و سرعت ذره آکوستیکی از رابطه زیر بدست می‌آید:

(۳۵)

$$\tan\phi = \frac{1}{kr}$$

ما برای امپدانس آکوستیکی امواج کروی باید به دو محدودیت توجه کنیم:

برای طول موج‌های بلند و فرکانس‌های پایین ($kr \ll 1$)، امپدانس آکوستیکی به مقدار $Z_0 kr = 2\pi\rho f r$ می‌رسد و مقدار زاویه فاز به مقدار $\frac{1}{2}\pi\ rad = 90$ می‌رسد. به این رژیم که در آن $kr < 0.1$ است رژیم میدان نزدیک می‌گویند. فشار آکوستیکی و سرعت ذره آکوستیکی در این حالت با یکدیگر در حدود ۹۰ درجه اختلاف فاز دارند و فشار آکوستیکی تولید شده در نزدیکی منبع

کروی برای سرعت ذره آکوستیکی داده شده بسیار کوچک است. برای امواج با طول کوتاه و فرکانس بالا یا برای فواصل دور از منبع صوتی ($kr \gg 1$)، مقدار امپدانس آکوستیکی مخصوص به امپدانس مشخصه نزدیک می‌شود ($Z_0 = Z_s$) و زاویه فاز بین فشار و سرعت صفر می‌شود. در این حالت که $kr > 5$ می‌باشد، رژیم میدان دور خواهیم داشت. در این رژیم، امواج کروی به نظر می‌رسد که رفتاری مشابه امواج مسطح داشته باشند.

برای امواج کروی چون فشار آکوستیکی و سرعت ذره آکوستیکی هم‌فاز نیستند، انرژی جنبشی و پتانسیل آکوستیکی با یکدیگر برابر نیستند. چگالی انرژی آکوستیکی برای امواج کروی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$D = \frac{p^2}{\rho c^2}(1 + \frac{1}{2k^2r^2}) \qquad (۳۶)$$

برای رژیم‌های میدان نزدیک ($\frac{1}{2k^2r^2} \gg 1$)، انرژی جنبشی غالب است و برای رژیم‌های میدان دور ($\frac{1}{2k^2r^2} \ll 1$) مشارکت انرژی جنبشی و پتانسیل برابر است. در ادامه، برای فهم بهتر مطالب مثال شماره ۴ را دنبال کنید.

مثال ۴: یک منبع کروی صوت فشار آکوستیکی ۲ پاسکالی را در فاصله ۱.۲ متری از منبعی در هوا با دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد و فشار ۱۰۱.۳ کیلوپاسکال تولید می‌کند. فرکانس موج صوتی ۱۲۵ هرتز می‌باشد. سرعت ذره آکوستیکی ریشه دوم توان مرتبه دوم، چگالی انرژی آکوستیکی و شدت آکوستیکی را برای موج صوتی در فاصله ۱.۲ متری از منبع را تعیین کنید.

امپدانس آکوستیکی مشخصه و عدد موج برابرند با:

$$Z_0 = 409.8$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{C} = \frac{2\pi(125)}{346.1} = 2.269\ m^{-1}$$

$$kr = 2.269 * 1.20 = 2.723$$

امپدانس آکوستیکی مخصوص برابر است با:

$$Z_s = \frac{Z_0 kr}{(1 + k^2r^2)^{\frac{1}{2}}} = 384.7\ rayl$$

سرعت ذره آکوستیکی برابر است با:

$$u = \frac{p}{z_s} = \frac{2.0}{384.7} = 0.00520\frac{m}{s}$$

زاویه فاز بین فشار و سرعت آکوستیکی برابر است با:

$$\tan\phi = \frac{1}{kr} \rightarrow tan^{-1}\frac{1}{kr} = \phi \ \rightarrow \phi = 20.2^0$$

برای شدت ، قدرت و چگالی انرژی آکوستیکی به ترتیب خواهیم داشت:

$$I = \frac{p^2}{Z_0} = 0.00976\frac{W}{m^2}$$

$$W = 4\pi r^2 I = 0.1766\,W$$

$$D = \frac{p^2}{\rho c^2}\left(1 + \frac{1}{2k^2r^2}\right) = 30.1 * 10^{-6}\frac{J}{m^3}$$

۶. فاکتور جهت [۸]، اندیس جهت [۹]

برای یک موج کروی، انرژی آکوستیکی در تمامی جهات به صورت یکنواخت منتشر می‌شود. اگرچه دیگر منابع صوتی می‌توانند جهت‌دار باشند. این منابع جهت‌دار، صوت را با شدت‌های متفاوت در جهت‌های متفاوت منتشر می‌کنند. در واقع اگر یک منبع صوتی در نزدیکی و مجاورت دیوار یا کف قرار گیرد، مقداری از امواج از سطوح بازتابانیده می‌شوند و در تمامی جهات منتشر نمی‌شوند. فاکتور جهت به صورت نسبت شدت بر روی محور انتشارصوت طراحی‌شده در فاصله مخصوص از منبع، به شدت تولید شده در همان مکان به وسیله منبع کروی منتشرکننده انرژی آکوستیکی کل تعریف می‌شود.

$$Q = \frac{4\pi r^2 I}{W} \qquad (۳۷)$$

اندیس جهت (DI) به وسیله رابطه زیر به فاکتور جهت مربوط می‌شود:

$$DI = 10\log_{10} Q \qquad (۳۸)$$

برای یک منبع کروی فاکتور جهت یک ($Q = 0$) و اندیس جهت صفر ($DI = 0$) می‌باشد.

---

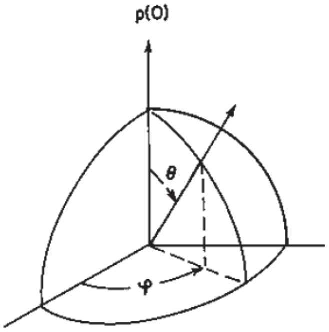
[8] Directivity Factor

[9] Directivity Index

مقدار فاکتور جهت می‌تواند از مقادیر تحلیلی یا تجربی فشار آکوستیکی محاسبه شود. تابع توزیع فشار سمتی $H(\theta,\varphi)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H(\theta,\varphi)=\frac{P(\theta,\varphi)}{P(0)} \tag{۳۹}$$

که در آن θ مقدار زاویه سمتی و φ زاویه قطبی است. (به شکل زیر توجه کنید)



شکل ۴- مختصات کروی برای فاکتور جهت

مقدار $P(0)$ نشان‌دهنده میزان فشار آکوستیکی بر روی محور و در حالت $\theta=0$ است. فاکتور جهت می‌تواند از تابع توزیع فشار سمتی بدست آید:

$$Q=\frac{4\pi}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}H^2(\theta,\varphi)sin\theta d\varphi d\theta} \tag{۴۰}$$

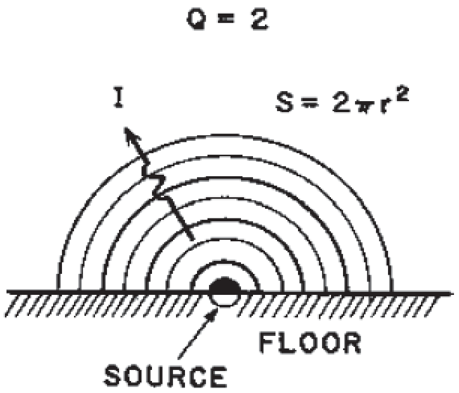
در صورتی که توزیع فشار متقارن باشد یعنی $H(\theta,\varphi)=H(\theta)$ انتگرال دوم به صورت مستقیم حذف می‌شود.

$$Q=\frac{4\pi}{\int_0^{\pi}H^2(\theta)sin\theta d\theta} \tag{۴۱}$$

اگر یک منبع صوتی کروی در نزدیکی کف یا دیوار قرار بگیرد، صدای از سطح نیم کره‌ای منتشر می‌شود که در آن $S=2\pi r^2$. در این حالت شدت آکوستیکی برابر است با:

$$I=\frac{W}{2\pi r^2}=\frac{2W}{4\pi r^2}=\frac{QW}{4\pi r^2} \tag{۴۲}$$

مشاهده می‌کنیم که در این حالت فاکتور جهت برابر ۲ و اندیس جهت برابر ۳ می‌شود.

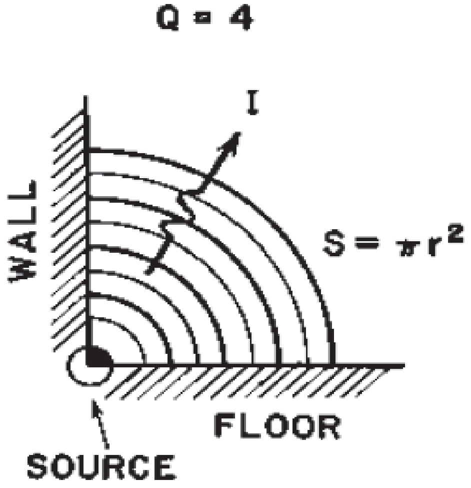

Q = 2
I
S = 2πr²
FLOOR
SOURCE

شکل ۵- منبع آکوستیکی در نزدیکی کف

متشابها برای یک منبع کروی قرار گرفته در مجاورت دیوار، انرژی از سطح $S = \pi r^2$ منتشر می‌شود. در این حالت خواهیم داشت:

$$I = \frac{W}{\pi r^2} = \frac{4W}{4\pi r^2} = \frac{QW}{4\pi r^2} \qquad (۴۳)$$

که در این حالت فاکتور جهت برابر ۴ و اندیس جهت برابر ۶ است.


Q = 4
I
S = πr²
WALL
FLOOR
SOURCE

شکل ۶- منبع آکوستیکی در نزدیکی دیواره

حال اگر منبع صوتی ما بین دو دیواره و در یک گوشه قرار بگیرد خواهیم داشت:

$$Q = 8 \; and \; DI = 9$$

در قسمت زیر برای فهم بهتر مطالب به حل مساله زیر می‌پردازیم:

مثال ۵: یک منبع صوتی با تابع توزیع فشار زیر به صورت متقارن وجود دارد.

$$H(\theta) = \cos\theta$$

فاکتور واندیس جهت را در جهت $\theta = 0$ مشخص کنید.

طبق معدله ۴۱ خواهیم داشت:

$$\int_0^{\pi} H^2(\theta) sin\theta d\theta = \int_0^{\pi} cos^2(\theta) sin\theta d\theta = \left[-\frac{1}{3}\cos^3\theta\right]_0^{\pi} = \frac{2}{3} \rightarrow Q = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$$

$$DI = 10\log_{10} 3 = 4.8$$

۷. سطوح[10] و دسی‌بل[11]

محدوده کمیت‌های مورد استفاده در آکوستیک، مثل فشار آکوستیکی، قدرت و دانسیته انرژی کاملا بزرگ هستند. برای مثال، یک گوش سالم انسان می‌تواند نوسانات فشاری به کوچکی ۲۰ میکروپاسکال را کشف کند و برای چند دقیقه فشارهایی به بزرگی ۲۰ پاسکال را تحمل کند. در نتیجه برای درک بهتر این اعداد و ارقام روشی ارائه می‌شود.

سطح صوت یک کمیت بی‌بعد است که در واحد بل داده می‌شود. عموما از دسی‌بل به جای بل استفاده می‌شود (در حالی که ۱ دسی‌بل ۰.۱ بل است). معمولا سطح با نماد L و اندیس مربوط به سطح مورد نظر نشان داده می‌شود. برای مثال سطح قدرت آکوستیکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_W = 10\log_{10}(\frac{W}{W_{ref}}) \qquad (۴۴)$$

که در آن $W_{ref} = 10^{-12} watts$ است.

---

[10] Levels

[11] Decibel

سطح شدت صوت و سطح چگالی انرژی صوت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_I = 10\log_{10}(\frac{I}{I_{ref}}) \tag{۴۵}$$

$$L_D = 10\log_{10}(\frac{D}{D_{ref}}) \tag{۴۶}$$

که مقادیر مرجع آن‌ها برابرند با:

$$I_{ref} = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$$

$$D_{ref} = 10^{-12}\frac{J}{m^3}$$

امپدانس مشخصه برای هوا در دما و فشار محیط $Z_0 = 400\ rayl$ است.

باید توجه کنیم که فشار آکوستیکی متناسب با انرژی نیست، اما P^2 متناسب با انرژی است. به همین دلیل سطح فشار صوتی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_p = 10\log_{10}(\frac{p^2}{{p^2}_{ref}}) = 20\log_{10}(\frac{p}{p_{ref}}) \tag{۴۷}$$

در جدول زیر عبارات متفاوت به همراه مقادیر مرجع متفاوت در جدول زیر نشان داده شده است:

جدول ۲- کمیت‌های مرجع برای سطوح آکوستیکی

Quantity	Definition, dB	Reference
Sound pressure level	$L_p = 20\log_{10}(p/p_{ref})$	$p_{ref} = 20\,\mu\text{Pa}$
Intensity level	$L_I = 10\log_{10}(I/I_{ref})$	$I_{ref} = 1\,\text{pW/m}^2$
Power level	$L_W = 10\log_{10}(W/W_{ref})$	$W_{ref} = 1\,\text{pW}$
Energy level	$L_E = 10\log_{10}(E/E_{ref})$	$E_{ref} = 1\,\text{pJ}$
Energy density level	$L_D = 10\log_{10}(D/D_{ref})$	$D_{ref} = 1\,\text{pJ/m}^3$
Vibratory acceleration level	$L_a = 20\log_{10}(a/a_{ref})$	$a_{ref} = 10\,\mu\text{m/s}^2$
Vibratory velocity level	$L_v = 20\log_{10}(v/v_{ref})$	$v_{ref} = 10\,\text{nm/s}$
Vibratory displacement level	$L_d = 20\log_{10}(d/d_{ref})$	$d_{ref} = 10\,\text{pm}$
Vibratory force level	$L_F = 20\log_{10}(F/F_{ref})$	$F_{ref} = 1\,\mu\text{N}$
Frequency level	$L_{fr} = 10\log_{10}(f/f_{ref})$	$f_{ref} = 1\,\text{Hz}$

یکی از ویژگی‌های استفاده از دسی‌بل آن است که بسیاری از عبارات دارای اعمال ریاضی مشکل، بسیار آسان می‌شوند. به عنوان مثال برای شدت آکوستیکی داریم:

$$I = \frac{QW}{4\pi r^2} = \frac{p^2}{\rho c}$$ (۴۸)

برای فشار آکوستیکی مربوط به قدرت آکوستیکی داریم:

$$p^2 = \frac{QW\rho c}{4\pi r^2}$$ (۴۹)

حال با تعریف فشار و قدرت مرجع داریم:

$$\frac{p^2}{p_{ref}^2} = \frac{QW\rho c W_{ref}}{4\pi r^2 W_{ref} p_{ref}^2}$$ (۵۰)

با لگاریتم‌گیری از دو طرف معادله فوق و ضرب طرفین در ۱۰ خواهیم داشت:

$$L_p = L_W + DI - 20\log_{10} r + 10\log_{10}(\frac{\rho c W_{ref}}{4\pi p_{ref}^2})$$ (۵۱)

که در آن :

$$DI = 10\log_{10} Q \tag{۵۲}$$

برای قسمت آخر معادله ۵۱ می‌توانیم مقداری عددی بدست آوریم. برای هوا در دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد خواهیم داشت:

$$10\log_{10}(\frac{409.8 * 10^{-12}}{4\pi(20 * 10^{-6})^2}) = -10.9\ dB$$

پس در پایان برای معادله۵۱ خواهیم داشت:

$$L_p = L_W + DI - 20\log_{10} r - 10.9\ dB \tag{۵۳}$$

در پایان به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۶ : سطوح خواسته شده را با توجه به داده‌های زیر بدست آورید:

داده‌ها:

$$p = 0.20\ pa$$

$$u = 0.488\frac{mm}{s}$$

$$I = 97.6\frac{\mu W}{m^2}$$

$$D = 0.282\frac{\mu J}{m^3}$$

برای سطح فشار صوت خواهیم داشت:

$$L_p = 10\ \log_{10}\frac{0.20}{20 * 10^{-6}} = 80.0\ dB$$

برای سطح سرعت خواهیم داشت:

$$L_v = 20\ \log_{10}\frac{0.488 * 10^{-3}}{10 * 10^{-9}} = 93.8\ dB$$

برای سطح شدت خواهیم داشت:

$$L_I = 10 \ \log_{10}\frac{97.6 * 10^{-6}}{10^{-12}} = 79.9 \ dB$$

برای سطح چگالی صوت خواهیم داشت:

$$L_D = 10 \ \log_{10}\frac{0.282 * 10^{-6}}{10^{-12}} = 54.5 \ dB$$

۸. ترکیب منابع صوتی

مواقع زیادی وجود دارد که ما نیازمند تعیین سطح صوت تولیدشده به وسیله چند منبع که در آن واحد با یکدیگر کار می‌کنند هستیم. به‌عنوان مثال، شما نیاز به تعیین سطح صوت تولیدشده به وسیله دو ماشین در اتاق هستید، در حالی که اطلاعات سطح صوت هر یک از ماشین‌ها را به صورت جداگانه در اختیار دارید. از آن‌جایی که تمامی سطوح به صورت سطوح مشابه انرژی تعریف شده‌اند، تمامی سطوح به روشی مشابه با یکدیگر ترکیب می‌شوند.

به عنوان مثال ما دو منبع صوتی داریم که هر یک به طور جداگانه سطوح شدت زیر را تولید می‌کنند:

$$L_{I1} = 80 \ dB = 10 \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_{ref}}\right)$$

$$L_{I2} = 85 \ dB = 10 \log_{10}(\frac{I_2}{I_{ref}})$$

برای هر یک از شدت صوت‌ها به طور جداگانه خواهیم داشت:

$$I_1 = (10^{-12})10^{\left(\frac{80}{10}\right)} = 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}$$

$$I_2 = (10^{-12})10^{\left(\frac{85}{10}\right)} = 3.16 * 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}$$

پس شدت کل برابر است با:

$$I = I_1 + I_2 = 0.100 + 0.316 = 0.416 \ \frac{m\,W}{m^2}$$

که سطح شدت ترکیبی برابر است با:

$$L_I = 10\ \log_{10} \frac{0.416 * 10^{-3}}{10^{-12}} = 86.dB$$

عبارت کلی برای تعیین ترکیب هر یک از سطوح برابر است با:

$$L = 10\ \log_{10} \left(\sum_i 10^{\frac{L_i}{10}} \right) \tag{۵۴}$$

۹. اکتاو باند[۱۲]ها

گوش انسان به شنیدن صداهایی در محدوده فرکانسی ۱۶ هرتز تا ۱۶ کیلو هرتز حساسیت دارد. به دلیل آن‌که اندازه‌گیری سطح صوت در هر کدام از این ۱۵۹۸۴ فرکانس عملی نیست، تجهیزات آکوستیکی معمولا انرژی آکوستیکی موجود در این محدوده فرکانسی را اندازه‌گیری می‌کنند. گوش انسان معمولا به نسبت فرکانس‌ها، بیشتر نسبت به اختلاف فرکانس‌ها پاسخ‌گویی بیشتری دارد (بیشتر واکنش نشان می‌دهد)، از این‌رو محدوده‌های فرکانسی معمولا دارای فرکانس‌های انتهایی هستند (فرکانس‌های بالا و پایین محدوده) که با نسبتی یکسان مربوط می‌شوند. فرکانسی که در طول اندازه‌گیری ایجاد می‌شود، پهنای باند[۱۳]نام دارد. پهنای باند معمولا به وسیله فرکانس حد بالایی (f_2) و فرکانس حد پایینی (f_1) تعیین می‌شود. در آکوستیک، معمولا پهنای باندها در واحدی از اکتاوها تعیین می‌شوند. اکتاو یک فاصله فرکانسی است که فرکانس بالای آن دو برابر فرکانس پایینی آن است.

برای یک اکتاو داریم:

$$f_2 = 2f_1 \ \ or\ \ \frac{f_2}{f_1} = 2 \tag{۵۵}$$

در بعضی موارد تقسیمات ریزتری از محدوده‌های فرکانسی در اندازه‌گیری‌ها استفاده می‌شود، مثل ۱/۳ اکتاو باند. که در آن $\frac{f_2}{f_1} = 2^{\frac{1}{3}} = 1.260$ است.

فرکانس مرکزی باند (f_0) یک میانگین هندسی از فرکانس‌های بالا و پایین برای یک فاصله است.

$$f_0 = \ (f_1 f_2)^{\frac{1}{2}} \tag{۵۶}$$

---

[12] Octave bands

[13] Bandwidth

برای یک اکتاوباند، فرکانس‌های بالا و پایین توسط روابط زیر به فرکانس مرکزی مرتبط می‌شوند:

$$f_1 = \frac{f_0}{2^{\frac{1}{2}}} \quad and\ f_2 = 2^{\frac{1}{2}} f_0$$ (۵۷)

برای ۱/۳ اکتاو باند:

$$f_1 = \frac{f_0}{2^{\frac{1}{6}}} \quad and\ f_2 = 2^{\frac{1}{6}} f_0$$ (۵۸)

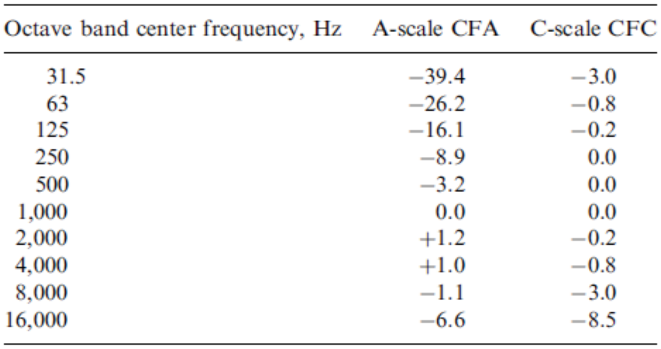
۱۰. سطوح صوتی وزنی

بسیاری از سطح صوت‌سنج[۱۴]ها دارای ۳ شبکه وزنی A,B,C هستند. مقیاس A برای پاسخ گوش انسان برای سطح فشار صوتی ۴۰ دسی‌بل در تمامی فرکانس‌ها، طراحی شده است. مقیاس B برای پاسخ گوش انسان برای سطح فشار صوتی ۷۰ دسی‌بل در تمامی فرکانس‌ها، طراحی شده است. مقیاس C برای تمامی فرکانس‌های بین ۶۳ تا ۴۰۰۰ هرتز تقریبا مسطح می‌باشد. مقیاس B در حال حاضر به ندرت استفاده می‌شود. سطح صوت نشان داده شده به وسیله شبکه مقیاس A به وسیله L_A نشان داده می‌شود. که داریم:

$$L_A = 10\log_{10} \sum 10^{\frac{(L_p+CFA)}{10}}$$ (۵۹)

جدول زیر مقادیر وزنی را برای مقیاس A,C نشان می‌دهد.

جدول ۳- مقادیر فاکتورهای وزنی A,C



Octave band center frequency, Hz	A-scale CFA	C-scale CFC
31.5	−39.4	−3.0
63	−26.2	−0.8
125	−16.1	−0.2
250	−8.9	0.0
500	−3.2	0.0
1,000	0.0	0.0
2,000	+1.2	−0.2
4,000	+1.0	−0.8
8,000	−1.1	−3.0
16,000	−6.6	−8.5

---

[14] Sound level meter

مراجع

[1]. ISO 3744, second edition, 1994

[2]. KSB, Centrifugal Pump Lexicon, 1990

[3]. Val s. Lobanoff, Centrifugal Pumps design and application, second edition, Gulf publishing company, 1992

[4]. NASA, HANDBOOK FOR INDUSTRIAL NOISE CONTROL, 1981
[5]. Randall F. Barron, Industrial Noise Control and Acoustics, Marcel Dekker, 2001